

Lesson Plan 1

～ICT 機器の利活用～

偶関数と奇関数

vaqt	11/03	joy	34 Maktab	maqsad	9
------	-------	-----	-----------	--------	---

冒頭に整数問題をアイスブレイクに入れて偶奇の和や積について考えさせ、最後に偶関数奇関数の性質との親和性に気づかせる。アルファベットの線・点対称性を導入にして、偶関数と奇関数の図形的な性質につなげる。グラフソフトを使って簡単なアニメーションを作り、式の性質の理解を促す。そして、ペアでの対話の場を設定して個から共同への学びに拡張する。そんな方向でまとめた。

「今日は母の誕生日です」といったら拍手が起こり、アイスブレイクで数理的に面白い部分を説明すると、これまた大拍手。質問するとどんどん手が挙がり前に出てきて失敗しても途中まででも関係なく発言する。こんな環境で授業を行わせていただけることに幸せを感じた。



Title	9－① 偶数関数と奇関数	Target grade	9grade
Mathematics units / Learning tasks / Class objectives（単元・学習課題・授業の目的）			
・ 偶関数と奇関数の図形的な性質（グラフの対称性）と式としての性質を理解する。 ・ 既習事項の図形の軸対称と点対称についての確認し、イメージ化を図る。 ・ 整数の偶奇の和積を考え、偶関数、奇関数の和積との類似や違いを理解する。 ・ イメージを膨らませ、理解を促進するツールとして ICT を活用する。			
Example of Introduction, Development, Summary/conclusion（展開例）			
5min	【導入 Introduction】 ○アイスブレイク 図の A～I に 1～9 までの数を 1 個ずつ入れるクイズを行う。1 は単位元なので GH には入り得ないこと、I は一桁なので GHI は(2, 3, 6)(2, 4, 8)の組しかないことを発見する。更に、(2, 4, 8)は、残りの組に偶数が 1 個しかないため、和と差の偶奇を考慮すると不能であると判断される。ここで用いた考えが、本時の偶関数と奇関数との和積の部分で関連する。		
5min	○本時のテーマを提示 「偶関数・奇関数についてグラフと式の両面からその性質を理解しよう」 ※整数における偶数奇数と違って、偶関数でも奇関数でもない関数がほとんどであることを明示する。		
15min	【展開 Development】 1 アルファベットの一覧を見て、縦軸対称のものと点対称のものを分類し、そのイメージを保持したままグラフの分類につなげる。		
20min	2 アニメーションによって対称性と式の関係を示し、教科書の問題演習に進む。更に状況を見ながら三角関数の偶奇性、偶関数と奇関数の和や積はどうなるかに言及していく。		
	【まとめ conclusion】 授業の振り返りを行い定着の状況を把握する。		

Lesson Plan 2

～数学的概念を可視化する工夫①～

微分とは何か（11 年生）					
Vaqt	11/01 11/02	joy	19Maktab 30Maktab	maqsad	11

授業テーマは「微分とは何か」。まず記憶ゲームのアイスブレイクで場を和ませた後、折り紙を渡して、微分についてのイメージを書いてもらう。その後、フスマ説明器で、関数の値と変化の度合いの両者を考えることの大切さを説明する。例えば「今成績が悪いけど、このまま頑張れば、よい成績になるだろう」の「今成績が悪い」が $f(a)$ で、「このまま頑張れば」が $f'(a)$ みたいな感じである。その後、微分の歴史について少し話し、ガリレイの落体の実験と、それと関連させて、反射神経測定器でちょっと遊び的な活動を入れる。その後、ザウルス君の直線運動のグラフ化の実験を行い、瞬間の速さと接線の傾きを同等に捉えることで、微分の考えに至ることを説明する。最後に技能問題として、ニュートンが行った2次の項を落として一次近似を繰り返す $\sqrt{2}$ の逐次近似を行う。振り返りとして、折り紙にもう一度「微分とは何か」の問いに答えてもらい、微分に対するイメージのビフォアアフターを確認。かなり詰め込みすぎた内容であったが、生徒の反応が素晴らしく、授業に貢献しようとする姿勢がびんびん伝わってきて、教師冥利に尽きる時間を過ごすことができた。



Lesson Plan 3

～数学的概念を可視化する工夫②～

放物線の性質（10年生）

vaqt	11/02	joy	30Maktab	maqsad	10
------	-------	-----	----------	--------	----

放物線について図形的な視点と関数的視点で眺めるという授業を行った。図形的視点は、定点と定直線からの距離が等しい点の軌跡という放物線の性質を、1枚の紙を折り込んで放物線の包絡線を作成する活動から実感させた。またその結果を利用して、パラボラアンテナやヘッドライトなどの原理の説明を行った。更に、円についても同様の操作を行うことで楕円の包絡線を描く活動を行い、二次曲線の焦点の性質についても言及した。

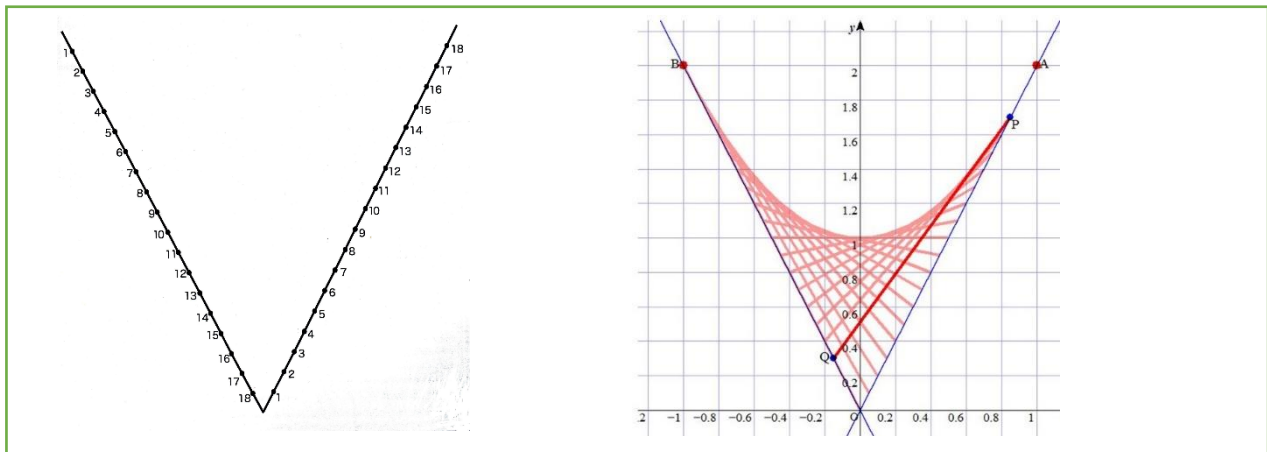
関数的な視点については、ガリレイの落体の実験を簡易的に演示し、2乗比例の原理について説明した。驚いたのは2次関数のグラフの標準形を習っていなかったこと、一般形で表される二次関数をグラフ化できないことであった。日本の場合は2次関数の単元は2乗比例の原理から基本形のグラフの描画、グラフの平行移動、一般形から標準形、グラフの値の変化と最大最小、関数の決定、方程式不等式と系統的かつ丁寧にまとめられているが、こちらではいろいろなところを端折って総花的に網羅している感がある。授業の最後に、自作問題を作って交換し合う活動を行ったが、簡単な二次関数の問題を自作できる生徒は非常に少なかった。

ただ、生徒たちはとても前向きで、一生懸命に理解しようとする姿勢を感じ、好印象を抱いた。

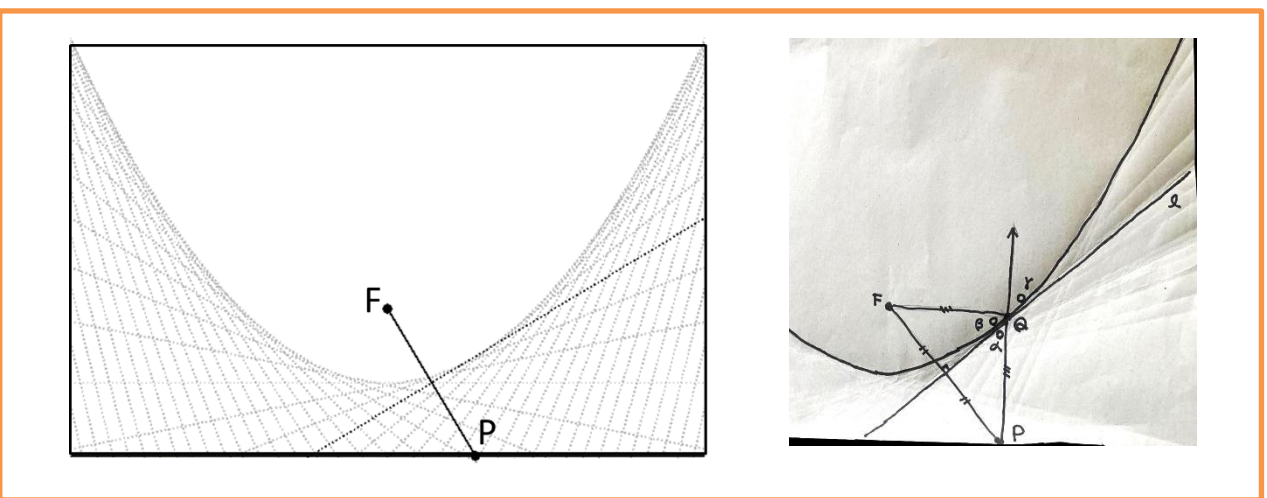


Title	10－① 2次関数（放物線）の概観 (45min×2)	Target grade	10 grade
Mathematics units / Learning tasks / Class objectives（単元・学習課題・授業の目的）			
・2乗比例の法則を落体の実験を通して理解する ・包絡線を作る活動を通して放物線の性質を理解する ・2次関数の方程式の3つのタイプと、グラフとの関係を理解する ・2次関数の値の変化による最大最小、2次方程式と不等式の間を概観する			
Example of Introduction, Development, Summary/conclusion（展開例）			
	<1 時間目> 【導入 Introduction】 ○アイスブレイク ①線分を結ぶ活動から包絡線としての放物線を見る（■1） ②放物線の焦点の性質を利用して1枚の紙を折って放物線を作る（■2） ※②の活動から放物線が衛星アンテナやヘッドライトなどに活用されていることを示す 【展開 Development】 ①ガリレイの落体の実験（演示）■3 カーテンレールとパチンコ玉によって落体の実験を行い、2乗比例法則について説明する。 ※正比例、反比例と比較しながら統一的に示す。※生徒のアシスタントが必要 ※（アドバンス向け）必要ならこの考えによって2次関数の難しい問題がシンプルに見通せることを示す。（※応用例として反射神経測定器による実験を行う■4） ②2次関数には次の3つのタイプがあることを示す。 $y = ax^2 + bx + c, \quad y = a(x - p)^2 + q, \quad y = a(x - \alpha)(x - \beta)$ ※それぞれの係数が図形的にどのような意味があるのかを示す。		
15min			
20min			
10min			
	<2 時間目> ○アイスブレイク 10min 直線上の運動をグラフ化する演示実験（2人の生徒をアシスタントにする）■5 ※微分の展望 【展開 Development】 15min ③2次関数の式とグラフの平行移動 ・デジタル教材（数研出版デジタル教科書 ■6）を使ってグラフの変化の様子を確認する。 15min ④2次関数の区間における最大最小 ・フスマ開けの教具（■7）を使って区間における最大最小の変化をイメージ化する 5min 【まとめ Summary】 ・今日の授業の感想、分かったことなどの振り返りを行う ※オリジナルの振り返りシートを用いる 【備考 Note】 ・プロジェクタ & スクリーンが必須。 ・この授業計画はかなり盛りだくさんなので、適宜ピックアップして授業を展開する。		

■ 1 包絡線と放物線

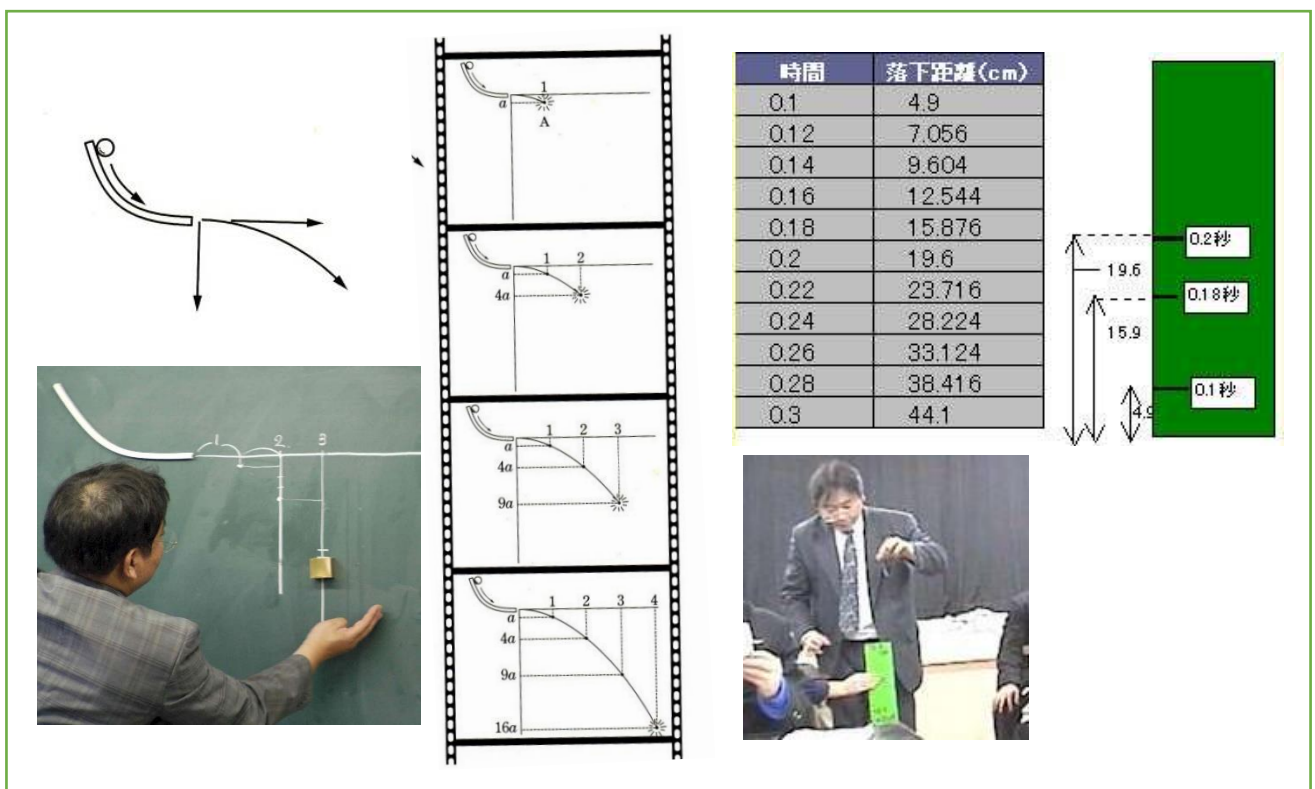


■ 2 1枚の紙を折って放物線を作りその性質を見る（包絡線）

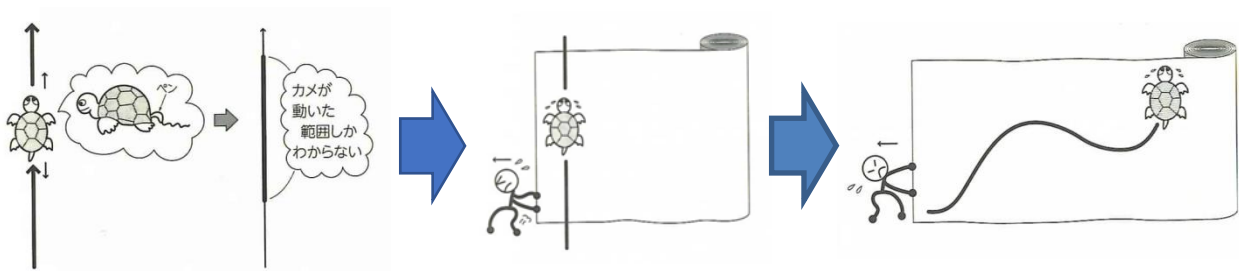


■ 3 ガリレイの落体実験（2乗比例法則を知る）

■ 4 反射神経説明器

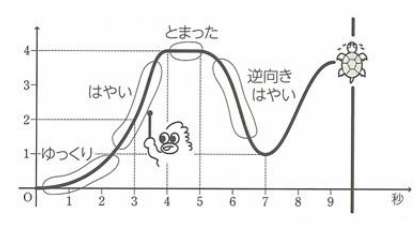


■ 5 直線上の運動をグラフ化する演示



カメラが動いた範囲しかわからない

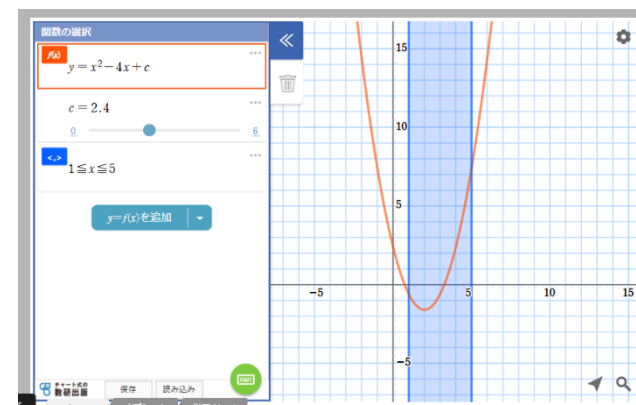
微分の意味を探る



とまった
はやい
逆向き
はやい
秒



■ 6 数研出版デジタル教科書



関数の選択
 $y = x^2 - 4x + c$
 $c = 2.4$
 $1 \leq x \leq 5$
 $y = f(x)$ を追加



2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフ
これから調べることから、 $y = ax^2 + bx + c$ の形で表される2次関数のグラフを書くことができる。

130関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフ
 $y = 2x^2$ と $y = 2(x-3)^2 + 1$ のグラフの関係を、図の

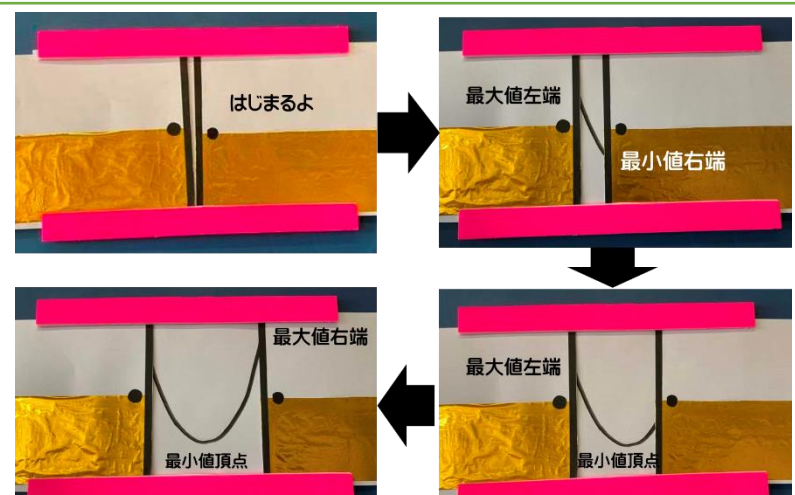
したがって、 $y = 2(x-3)^2 + 1$ のグラフは、 $y = 2x^2$ のグラフを
・横方向に3、・縦方向に1
だけ平行移動したものである。
であり、右の図のようになる。
その頂点は点(3, 1)であり、
軸は直線 $x = 3$ である。

一般に、次のことがいえる。
2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフは、 $y = ax^2$ の
点(0, 0)が頂点となるように平行移動した放物線である。
その軸は直線 $x = -\frac{b}{2a}$ である。

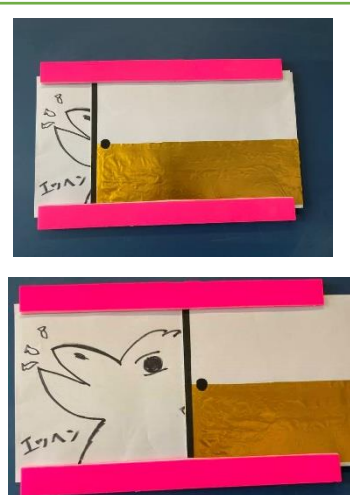
次に、次のことがいえる。
2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフは、 $y = ax^2$ の
点(0, 0)が頂点となるように平行移動した放物線である。
その軸は直線 $x = -\frac{b}{2a}$ である。

なす2次関数のグラフになるか、その関数の式を求めよ。
・ (1) a 軸方向に4、 y 軸方向に2だけ平行移動
(2) a 軸方向に4、 y 軸方向に-2だけ平行移動
(3) a 軸方向に-4、 y 軸方向に2だけ平行移動

■ 7 フスマ開けの教具



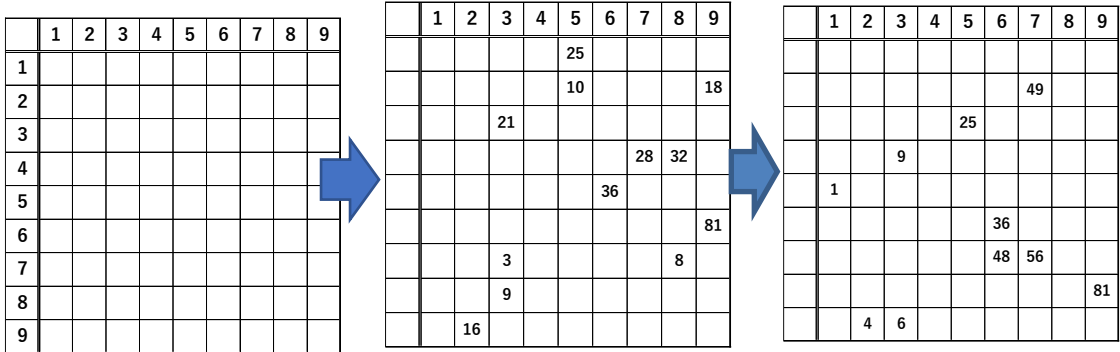
はじまるよ
最大値左端
最小値右端
最大値右端
最小値左端
最小値頂点



イッペン

Lesson Plan 4

～共同的な学び（3年生）～

Title	3-① 掛算マスターになろう（45min）	Target grade	3 grade
Mathematics units / Learning tasks / Class objectives（単元・学習課題・授業の目的）			
・分類の考え方、自然数の順序構造を理解する ・1位数どうしのかけ算に習熟する ・$\square \times 3 = 27$ 型の考えをマスターする ・$49 = \square \times \square$ などの素因数分解について発展的に考える ・他者との対話や共同の意義を確認する			
Example of Introduction, Development, Summary/conclusion（展開例）			
10min	【導入 Introduction】 ○アイスブレイク 1（自然数の大小関係の理解） クラスを2つのグループに分ける。それぞれに異なる自然数が書かれたカードを渡す。グループ内で他者のカードと比較しながら小さい順に並ぶ（生徒はカードを保持したまま）。どちらのグループが早く並べ終わるか競争する。※どのような戦略を使ったかを発表 ○アイスブレイク 2（分類） 4枚（または3枚）ずつ同じ絵が描かれたカードを班の数分用意し、くじ引きをする。同じ絵を引いた者どうしグループを作る。※以下このグループで進行する。		
5min	【展開 Development】 1位数の乗積表を次の例のようにレベルアップしながら完成させていく。		
20min	 (以下さらに応用パターンに進む) ※ 基本的に個人の活動だが、班内で教えあうことも推奨する。 ※ できた生徒は報告し次のステージに進む。 ※ スローラーナーは状況によってグルーピングして個別に指導する		
10min	【まとめ Summary】 ・いくつかの考え方を説明（生徒に発表してもらう） ・今日の授業の感想、分かったことなどの振り返りを行う		

Lesson Plan 5

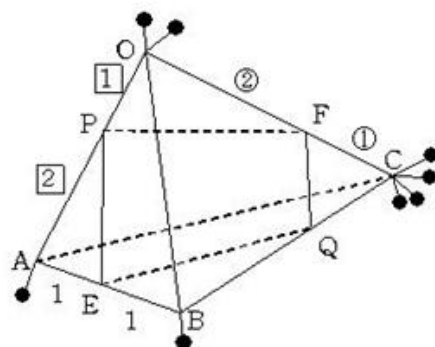
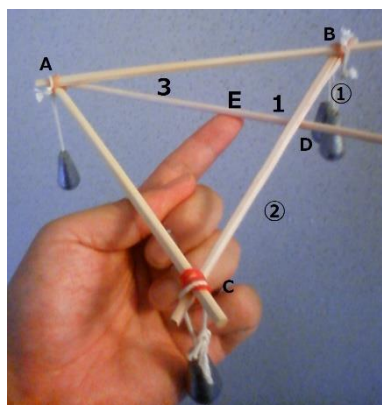
～教具の活用～

輪ゴムと錘を使って三角形の比の値に応用する

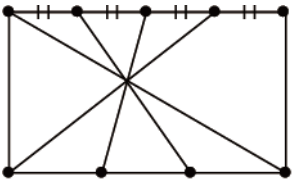
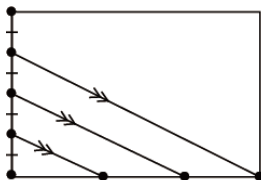
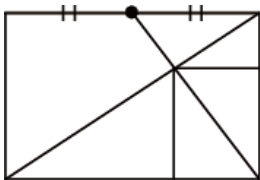
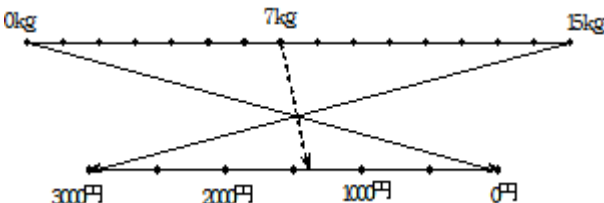
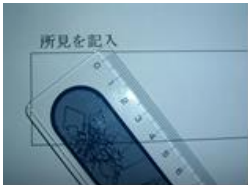
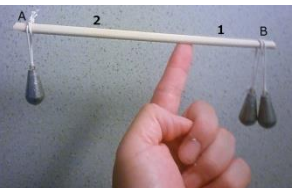
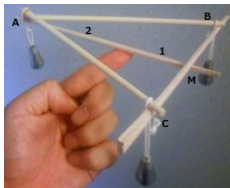
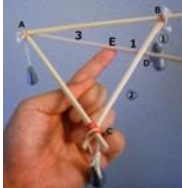
vaqt	10/31	joy	1 Maktab 9Maktab	maqsad	教師 (7or8)
------	-------	-----	------------------	--------	-----------

この授業は、もともとは7年生か8年生を想定して考えたものである。もちろん指導案の内容をすべて行うのではなく、その中からいくつかをピックアップして組み立てていく形になる。残念ながら授業を行うことはできなかったが、教員対象の研修会の中で分点の比とモーメントの話題を取り扱うことはできた。この教材のポイントは以下の通りである。

- ①三角形の3つの頂点に錘を分布させ、その質点重心を考える。
- ②メネラウスの構図を持つ三角形（ニュートンの完全四角形）の分点の比を①の考えにより導く
本来はベクトル方程式か、チェバ・メネラウスの定理を用いるような問題を、錘の分布から考察することで、数学の「見方・考え方」を深めるという意図がある。

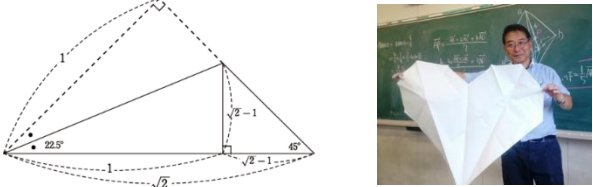
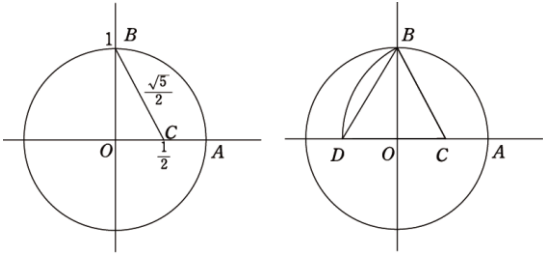


Title	輪ゴムと錘を使って比の問題を考える	Target grade	7or8 grade
Mathematics units / Learning tasks / Class objectives (単元・学習課題・授業の目的)			
・平行線と比の性質を理解する。 ・三角形の重心の位置を頂点の重みの分布から決定する。 ・ベクトル方程式を用いるタイプの比の問題を錘の考えによって解決する。 ・比例の考えが日常の中に活かされていることを知る。			
Example of Introduction, Development, Summary/conclusion (展開例)			
	【導入 Introduction】 1 本時で利用する教具についての説明 (連結輪ゴム・釣りで使う錘) 2 問題提起 ①「1枚の紙を3等分するにはどんな方法があるか」 ②「与えられた線分を任意の比に分けるにはどうすればよいか」 ※次の3つの図のように比を移す考えを示すとともに、比例配分に関する日常的な例を示す。 ※ 比例配分に関する一例 ※射影による比の保存の応用 【展開 Development】 1 連結輪ゴムによる問題解決 ①輪ゴムを3個連結した教具でいくつかの演示を行う (相似拡大・三角形の重心) ②2018年の東京大学の入試問題に挑戦 1辺の長さが1の正六角形$ABCDEF$が与えられている。点Pが辺AB上を、点Qが辺CD上をそれぞれ独立に動くとき、線分PQを2:1に内分する点Rが通りうる範囲の面積を求めよ。 (東大・文 2017) 2 モーメントによって釣り合いの点を決定する→幾何への応用 ① 1本の棒の両端に錘をぶら下げて釣り合いの点がどこかを確認する。 ② 三角形の各頂点に1個ずつ錘をぶら下げ、重心の位置を納得する。 ③ 三角形の各頂点の錘の個数を変えて、重心の位置がどこになるかを考える。 ④ ③の活動が幾何の問題 (メネラウス・チェバの定理) につながることを示し、いくつかの例題で確認する。 【まとめ Summary】 本時で学んだことをレビューする。振り返りシートを作成する。		

Sarlavha	Nisbat muammosini o'ylab	Mo'ljal mezoni	7or8 grade
Matematika birliklari / Lishlab chiqarish vazifalari / Class maqsadlar			
• Parallel chiziqlar va nisbatlarning mohiyatini tushunish. • Og'irlik markazining joylashuvi verteks og'irliklarining taqsimlanishidan aniqlanadi. • Vektor tenglamalar bilan bog'langan muammoni og'irlik nazariyasi bo'yicha yechish. • Bilingki, proportsionallik nazariyasi kundalik turmushda qo'llanadi.			
Tanishuv, rivojlanish, xulosa/xulosa namunasi			
【導入 Tanishuv】 1 Bu vaqtda qo'llaniladigan o'qitish vositalarining izohi (kauchuk bandlarni ulash, baliq ovlash uchun ishlatiladigan og'irliklar)   2 Savol tug'iladi ①"Qog'oz varag'ini uchta teng qismga bo'lish yo'llari qanday?" ②"Berilgan qator segmentini qanday qilib arbitraj nisbatlarga ajrataman?" ※Ma'lumot diagrammasi    ※ Proratsiyaga misol  ※Proyeksiyalash bo'yicha nisbatlarni qo'llash  【展開 Rivojlanish】 1 Kauchuk bantlarni ulash bilan bog'liq muammolarni hal qilish ①Kauchuk bantlar yordamida ta'lim vositalari bilan namoyish qilish ②2018 yilda Tokio universitetining kirish imtihoni savollariga urg'u berish 1 辺の長さが 1 の正六角形 $ABCDEF$ が与えられている。点 P が辺 AB 上を、点 Q が辺 CD 上をそれぞれ独立に動くとき、線分 PQ を $2:1$ に内分する点 R が通りうる範囲の面積を求めよ。 (東大・文 2017) 2 Balans nuqtasini moment bo'yicha aniqlash→Geometriyaga dasturlar Ma'lumot diagrammasi     【まとめ Hisobot】 Bugungi kunda o'rganganlaringizni ko'rib chiqing			

Lesson Plan 6

～数学的活動（折り紙の活用）～

Title	10－③ 正五角形を作ってみよう	Target grade	10 grade
Mathematics units / Learning tasks / Class objectives（単元・学習課題・授業の目的）			
・折り紙を利用して三角比の値を考える。 ・正五角形の辺と対角線の関係から、72° の三角比を求め、余弦定理を用いて正五角形を作図する。 ・タンジェントの表を利用していくつかの方法で正五角形を作図する。			
Example of Introduction, Development, Summary/conclusion（展開例）			
5min	【導入 Introduction】 ○アイスブレイク 折り紙で $\tan 22.5^\circ$ の値を求める（オマケとしてハートを作る） 		
15min	【展開 1 Development 1】 ①三角形の相似を使い正五角形の辺と対角線の比の値を求める。 ②比の関係から $\cos 72^\circ$ の値を求める。 ③定規とコンパスで単位円に内接する正五角形を作図する（余弦定理を用いる）。 		
20min	【展開 2 Development 2】 ①タンジェントの値が $1/2$、$1/3$ になる値を探す。（27° と 18° が近似値である） ②$18^\circ$ のタンジェントを利用して簡単に正五角形を描く。 ③$27^\circ$ のタンジェントを利用して折り紙で正五角形を作る。 ④③を応用して桜やペンタグラムなどの作品を創作する。 		
5min	※余裕があれば正 12 面体の作図の説明（紹介）も行う。 【まとめ Summary】 ・本時の振り返りを行う。 ・振り返りシートに記入。		

Lesson Plan 7

～発展的に考える（合同式）～

Title	整数の面白さを味わう	Target grade	8 grade
Mathematics units / Learning tasks / Class objectives（単元・学習課題・授業の目的）			
- 整数の基本的な性質を理解する。 - 剰余類を理解し、合同式が使えるようになる。			
Example of Introduction, Development, Summary/conclusion（展開例）			
【導入 Introduction】 1 計算マジック① <思った数がせいぞろいする> 12345679 に 1 から 9 の好きな数をかけて、その後に 9 をかける。 ※ 乗法に関する交換法則と結合法則の応用であることを示す。 2 計算マジック② <ダイヤル数 142857> 142857 に 1 ～ 6 の数をかける。 ※ $1/7$ の循環節との関係を示す。 ダイヤル数142857の不思議 $142857 \times 2 = 285714$ $142857 \times 3 = 428571$ $142857 \times 4 = 571428$ $142857 \times 5 = 714285$ $142857 \times 6 = 857142$ 「1→4→2→8→5→7」がローテーションする。なぜだろう。 【展開 Development】 1 曜日当てゲーム 「今日は●曜日である。では X 日後は何曜日？」という問いかけを行い、X の値を変化させながら 7 による剰余系に注目させる。(ex.8 日後は？15 日後は？22 日後は？) 応用として X 日前（-X 日後）、8^{10} 日後なども提示する。 <参考図> 整数全体 (7 による剰余類による整数の分類) 2 合同式の導入 $A=77710$ を 7 で割った余り、$B=777777723$ を 7 で割った余りを考える。さらに、$A+B$ や $A+2B$、$A \times B$ など を 7 で割った余りを考える。 $A \equiv k \pmod{p}$ という合同式を定義し、その基本性質を示す。 ※「和の余りは余りの和」「積の余りは余りの積」「べき乗の余りは余りのべき乗」 3 合同式を用いて応用問題を考える。 ① 23^{2022} を 7 で割ったときの余りを求めよ。★ ② $10^{100} + 11^{100}$ を 7 で割ったときの余りを求めよ。★★ ③ 10 のべき乗を、p を法とする合同式を考えることで $1/p$ の循環節の長さが決定することを示す ($1/7$ の循環節の話に戻る)。 【まとめ Summary】 本時で学んだことをレビューする。振り返りシートを作成する。			

Chapter 1 Concept of Lesson Design 1 算数・数学の問題発見・解決のプロセスを楽しむ

私が考えている数学における授業デザインについて、10月31日に行ったカラクル区の5年から11年担当の数学科の先生方へ行った研修からピックアップして報告する。

■ ありがちな問題演習の授業と行動主義的教育観

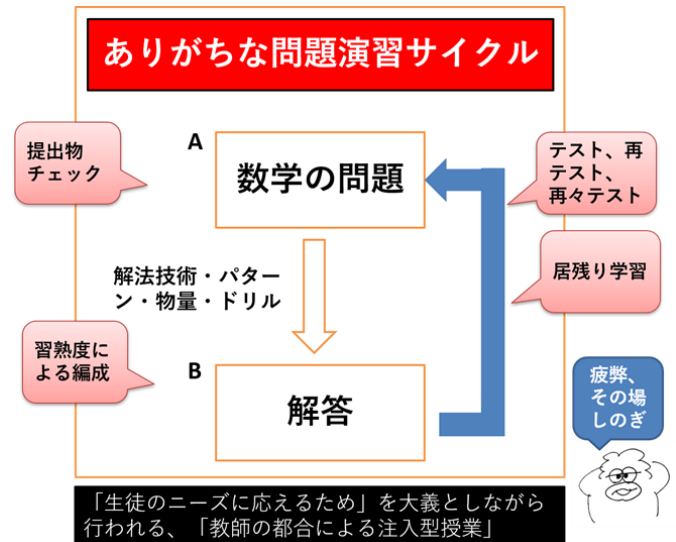
数学における問題解決の場面において、往々にして展開されがちな授業は、教師が例題を演示しながら解法技術を教え込み、その後、その類題をひたすら生徒に演習させるというものである（右図）。

このような授業では、定着率を上げるためということ
を大義としながら以下のような流れにつながっていく
傾向が強い。

- ① 同様の問題を大量に与えるような物量志向によって定着を図ろうとする。

② できた人に評価点を与えたり、合格するまでテストを繰り返すなど、罰則や報酬などをモチベーションとするような授業を組み立ててしまう。

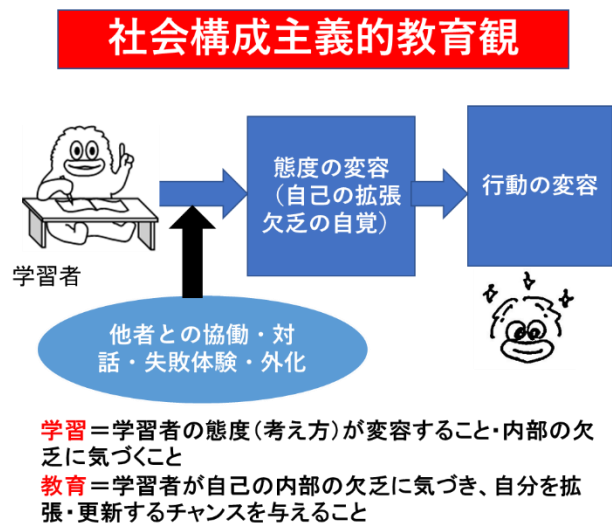
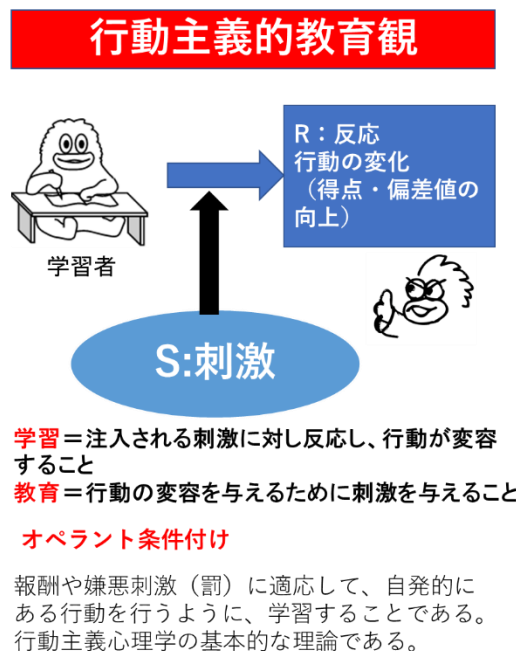
③ 多様性を排除した等質的な集団を組織化し、一つの手法で効率的に指導しようとする。



このような形の授業は、一般に行動主義（注入主義）型教育観に基づく授業と言われる。つまり、教師が学習者に「刺激」を与えることで行動を変化させようとする考え方である。

この考え方は、目に見える成果を即時的に与えることは可能であるが、学習者が将来にわたり学び続ける力や、自ら課題を見つけて主体的に学ぶ力を育成するとは言い難い。

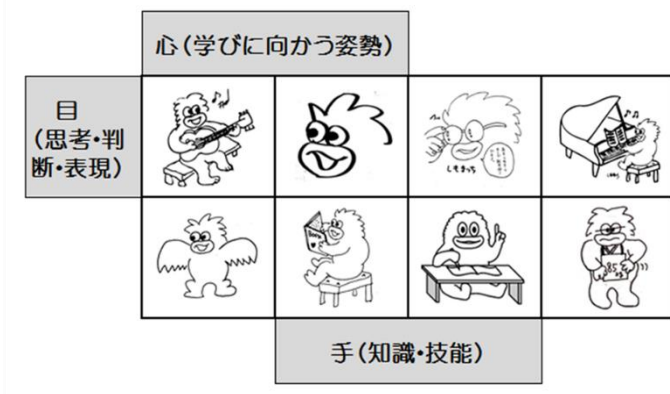
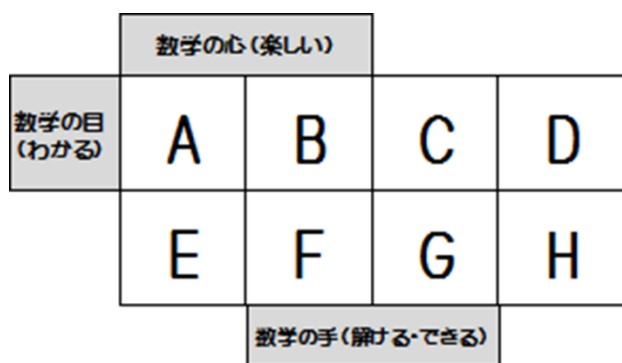
日本では、このような教育によって、「テストが終われば忘れ去る」「他の領域に転移していかない」「貧しい学力や」「問題はとけるが意味がわからない」「点数はとれるが数学は楽しくない」という生徒を生み出していった経緯がある。



■ 数学の「目」「手」「心」

そこで、私は、数学の授業を「目・手・心」という3つの視点から組み立てていくことを提案したい。左下図に示すように、手とは問題を解くこと、目とは数学がわかること、心とは数学を楽しむことである。もちろん授業が目指すのはBのエリアである。しかし、Eのように「できなかったけれど楽しかった」とか、Aのように「解けなかったけれど問題の意味は分かった」といった生徒たちをエンカレッジすることも意味があると私は考えたい。

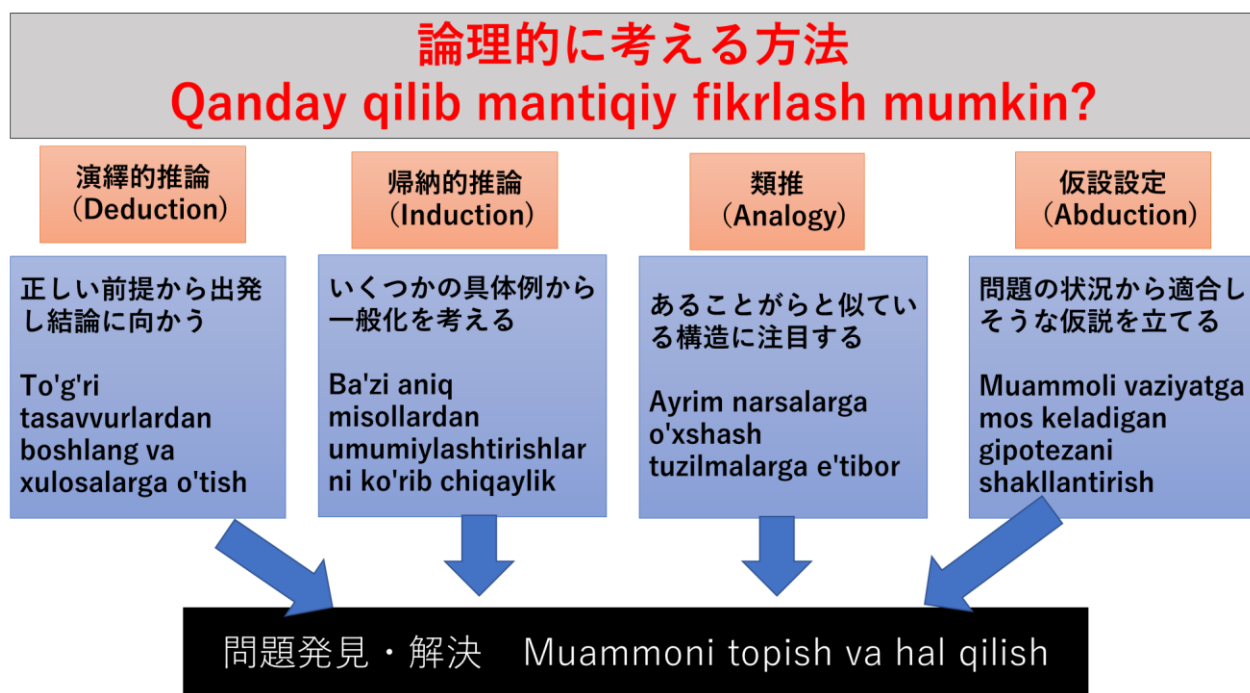
手・目・心は、右下図のように、手を「知識・技能」、目を「思考力・判断力・表現力」、心を「学びに向かう姿勢」という3観点で捉えることもできるだろう。



このような3つの観点を一体的、循環的に捉えて授業を組み立てていくことが、授業改善につながり、生徒の自ら学ぼうとする姿勢を育てていくのではないだろうか。

■ 論理的に考える4つの方法

問題演習の授業の場面で私が心がけていることをいくつかまとめておきたい。一つ目は、問題解決のための4つの考え方について取り上げる(図参照)。

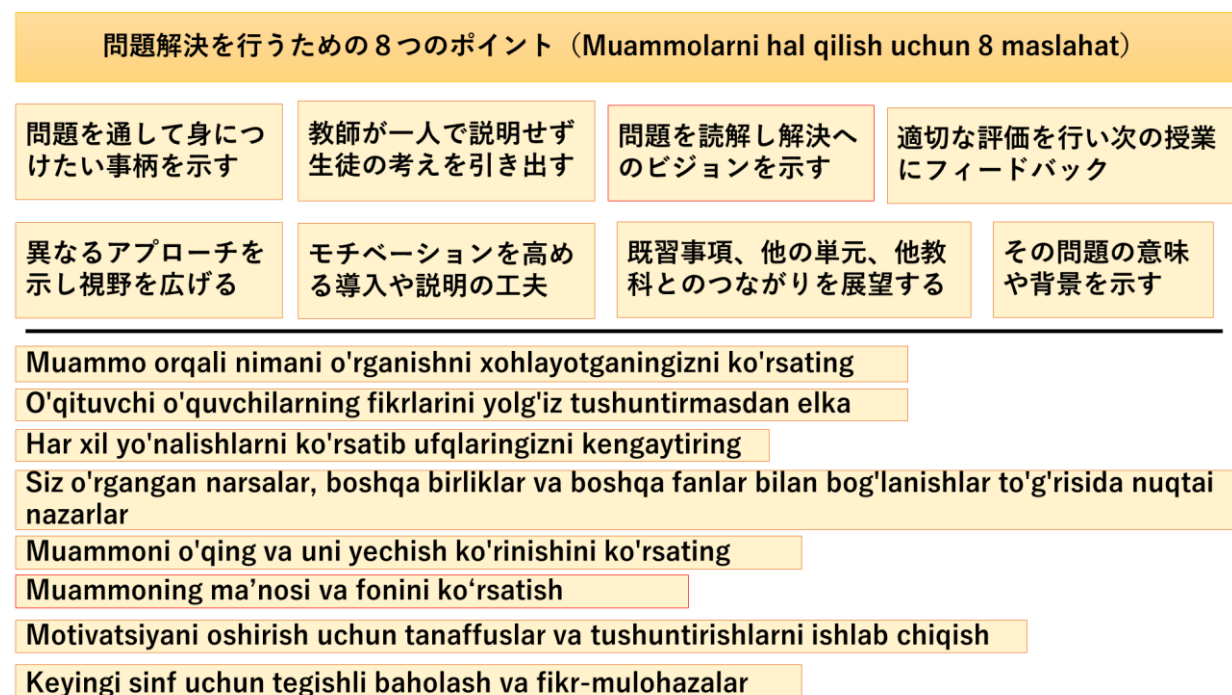


数学の問題解決において「演繹的な推論」は大切であるが、これだけだと、初めて見る問題や、複雑、難解な問題を乗り越えていくのは難しい。そこで、具体例から一般性を推察する帰納的推論、似ている構造に注目するアナロジー、問題の状況から逆向きに考えたり、他の経験を生かして仮説を立てるといったアブダクションといったものも必要である。

生徒は、教師の模範答案に書かれたとおりの思考経過をなぞるようにして理解に達するのではない。与えられた条件を式にしたり、グラフや図表化するなどの試行錯誤を繰り返すなかで一つの筋道を見つけるのである。そのためにも、上に述べた4つ考え方を授業の中で意識して行う必要があると考える。

■ 問題解決のための8つのポイント

今述べた論理的に考える4つの方法も含め、私が問題演習の授業で心がけていることを箇条書き的にまとめると以下の8つである。



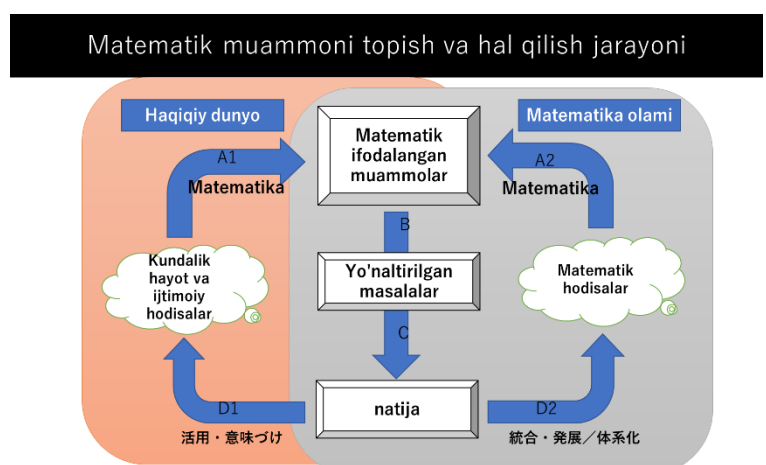
■ 算数・数学の問題発見・解決のプロセス

参考までに、文部科学省が提示している、問題発見・解決のプロセスを簡略化したものを、右に示しておく。

図の左側半分は日常の問題を数学化していくサイクルで、右側は数学の問題そのものを掘り下げ総合・発展、体系化していくサイクルである。

このようなサイクルを回しながら、以下の様な資質・能力を養っていくことを目的としている。

- ・数と式、図、表、グラフを活用し数学的に処理する能力
- ・帰納、演繹、類推などによって論理的に推論する能力

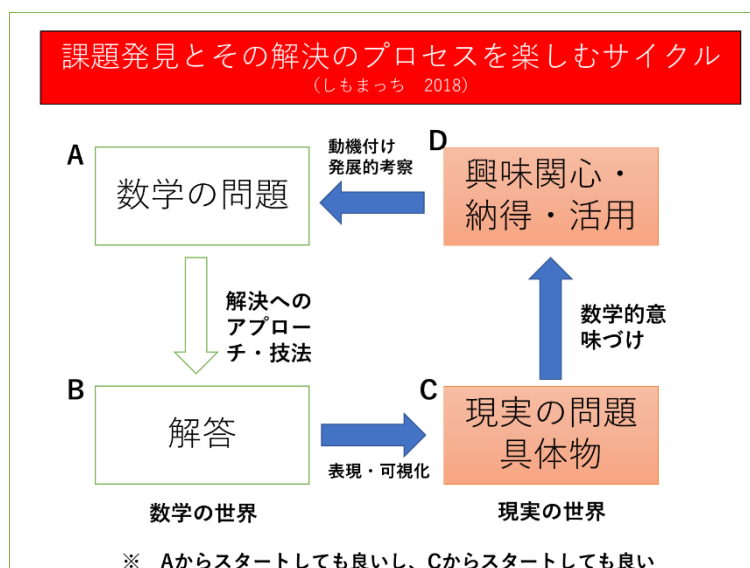


- ・批判的に検討し体系的に組み立てる能力
- ・既習の知識と結びつけ概念を広げ、深める能力
- ・統合的、発展的に考える能力
- ・日常生活や社会の問題を数学化する能力
- ・人と交流し合い説明したり理解し評価する能力
- ・粘り強く問題の発見や解決に取り組む能力

私はこれを参考にして、次の図のようなサイクルを考えた（2018 下町）。

図において、A から C に向かうサイクルは、数学の問題を解いた後、それが現実の問題とどう関わるかと、概念を具体物によって可視化するという活動を取り入れていくというものである。これによって、生徒の興味関心が沸き、発展的に考えたり、日常への活用に目を向けるきっかけになればと考える。

一方、C から A に向かうサイクルも考えられる。最初に現実の問題から出発し、それを数学の問題へと焦点化していき、それを解決することで現実の世界に還元していくという流れである。



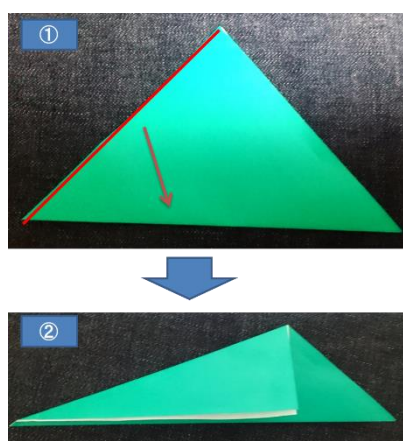
A→B→C→D の一例として、今回の研修会では次のような問題を紹介した。

例 $\tan 22.5^\circ$ を求めよ。

この問題の解は、右に示すように、三角関数の半角の公式によって導かれる。

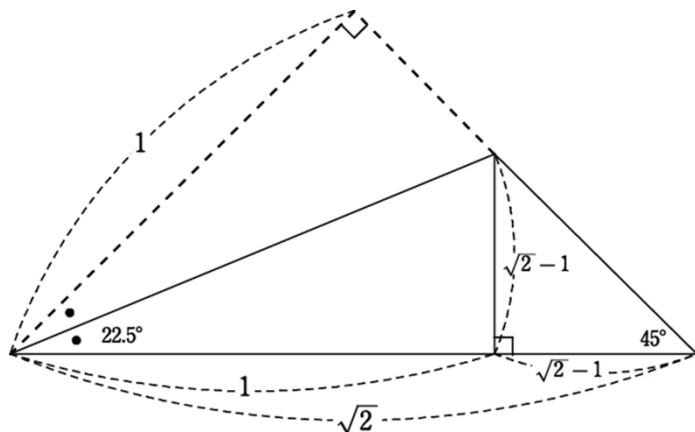
このことを示した後、ここで終わりとせず、折り紙を用いて次のような活動を行う。

① 折り紙を下図のように折る。



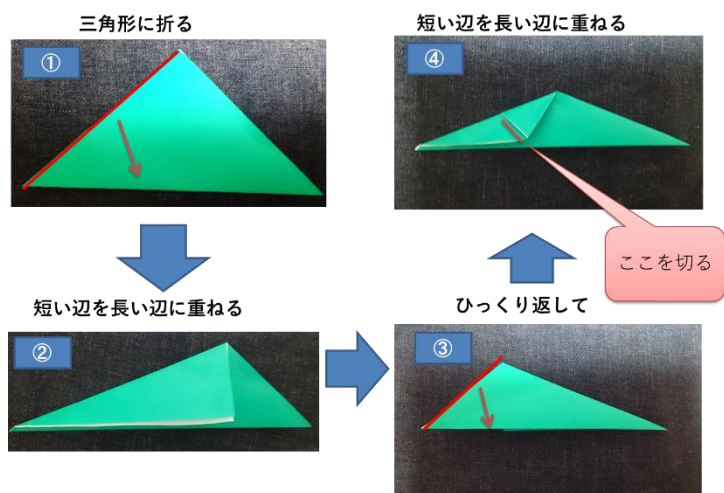
$$\begin{aligned}\tan 22.5^\circ &= \frac{\sin 22.5^\circ}{\cos 22.5^\circ} \\ \tan^2 22.5^\circ &= \frac{\sin^2 22.5^\circ}{\cos^2 22.5^\circ} = \frac{1 - \cos 45^\circ}{1 + \cos 45^\circ} \\ &= \frac{1 - \cos 45^\circ}{1 + \cos 45^\circ} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \\ &= \frac{(2 - \sqrt{2})^2}{2} \\ \therefore \tan 22.5^\circ &= \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1\end{aligned}$$

② 折り紙の1辺の長さを1とすることで問題が解決されていることに気づく



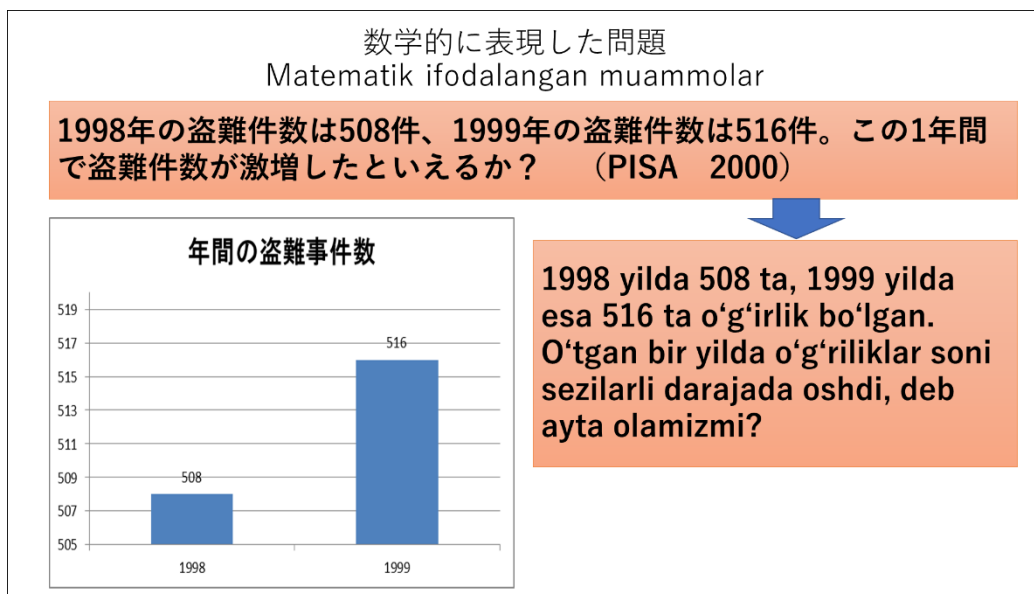
これで説明は終了であるが、次の③のような活動をオマケとして行くと生徒のモチベーションを高めることができるかもしれない。

③ ハートを作る

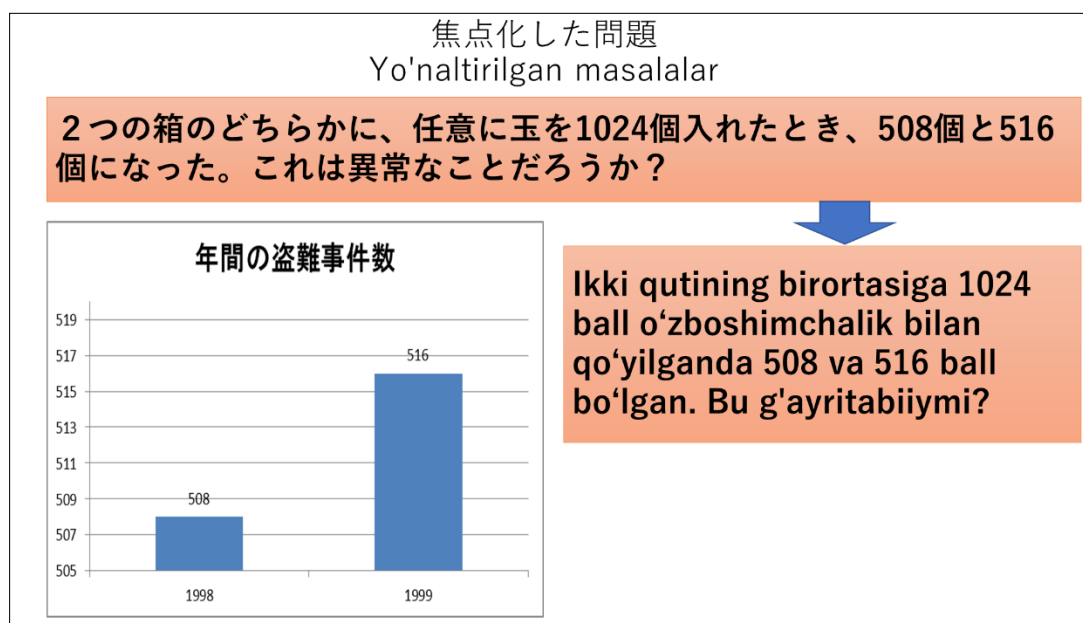


※ 皆さんに作ってもらいました

C→D→A→B で展開されるものの一例として、研修会で紹介したのは次の PISA2000 の問題である。



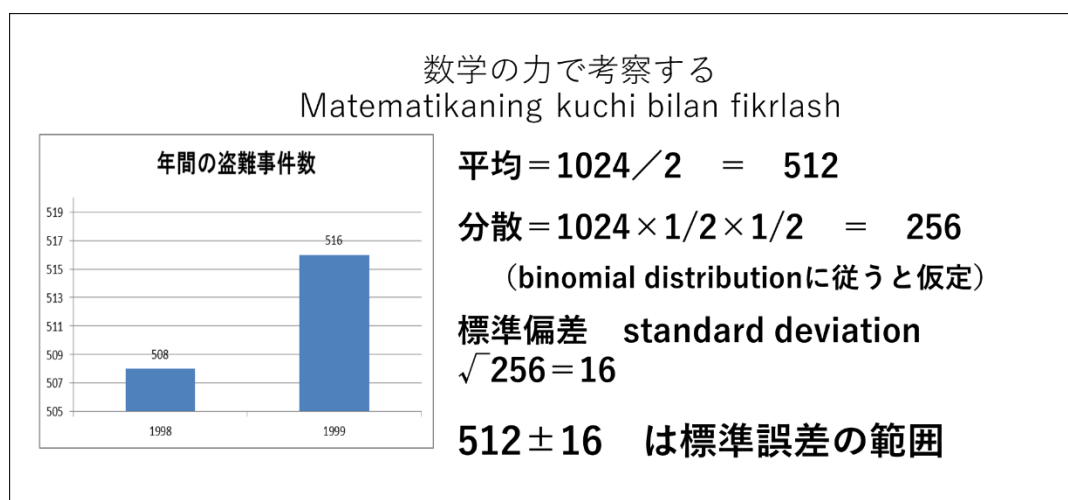
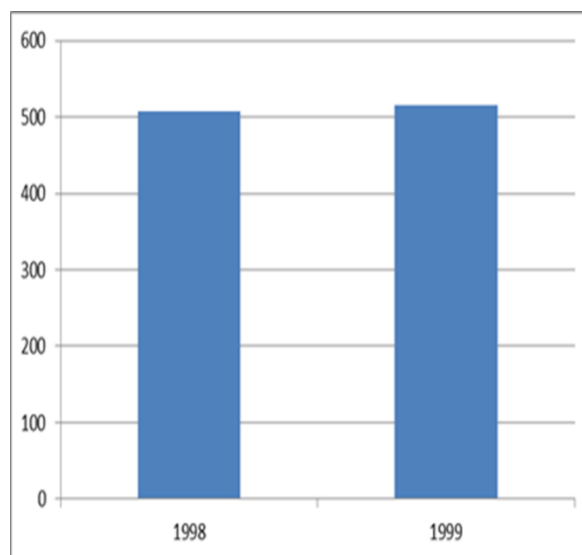
これは日常の問題を数学的に表現したものであるが、更にこれを数学の問題として焦点化してとらえると以下のように示すことができる。



参加された先生方のほとんどは、これは異常な現象ではないと回答し、その根拠として「足きりグラフ」で表現されていることを指摘された。確かにその通りである。実際に0をベースにしたグラフに描き直すと右図のように表される。

このような足きりグラフに騙されないようにロジカルに物事を考えるというのが、数学を学ぶ一つの意味と言ってもいいかもしれない。

これは15歳の学生を対象としたPISAの問題なので、このような根拠を示せば概ね良好なのかもしれないが、学年が上がると、更に以下の様な深い数学的な考察が求められるだろう。



■ プロフェッショナルな教師として問題演習とどう向き合うか

私がここまで述べてきたことをまとめると、問題演習を行う際の教師の資質・能力、あるいはその心構えは、以下の4点に集約されると考える。

- ・「一つの問題」を多面的に眺めることができるか
- ・「一つの問題」を深く掘り下げることができるか
- ・「一つの問題から」どのような授業を展開できるか
- ・「一つの問題から」どのような「問い」を創り出すことができるか

Muammoli amaliyot darslariga yondashuv

Bitta muammo

Ko'p nuqtai nazardan ko'ra olasizmi?

Chuqurroq qazish mumkinmi?

Bitta muammodan

Qanday sinflarni tuzish mumkin?

Qanday savollar yaratishimiz mumkin?

Matematika o'qituvchilaridan talab qilinadigan
"Ko'zlar", "ko'ngillar" va "qo'llar"

研修会においては、その後上記に述べたような視点に立ったいくつかの実践事例を参加者と共有することができた。その具体的な内容については紙面の都合もあるのでここでは言及しない。もし機会があれば後ほど詳しく述べたいと思う。

今回の研修に参加された先生方のくいつきがとても素晴らしく、分からなくても失敗を恐れずどんどん発言していく姿勢は好ましいと感じた。今後の先生方の資質向上に少しでもお役に立てればこの上なく幸せである。

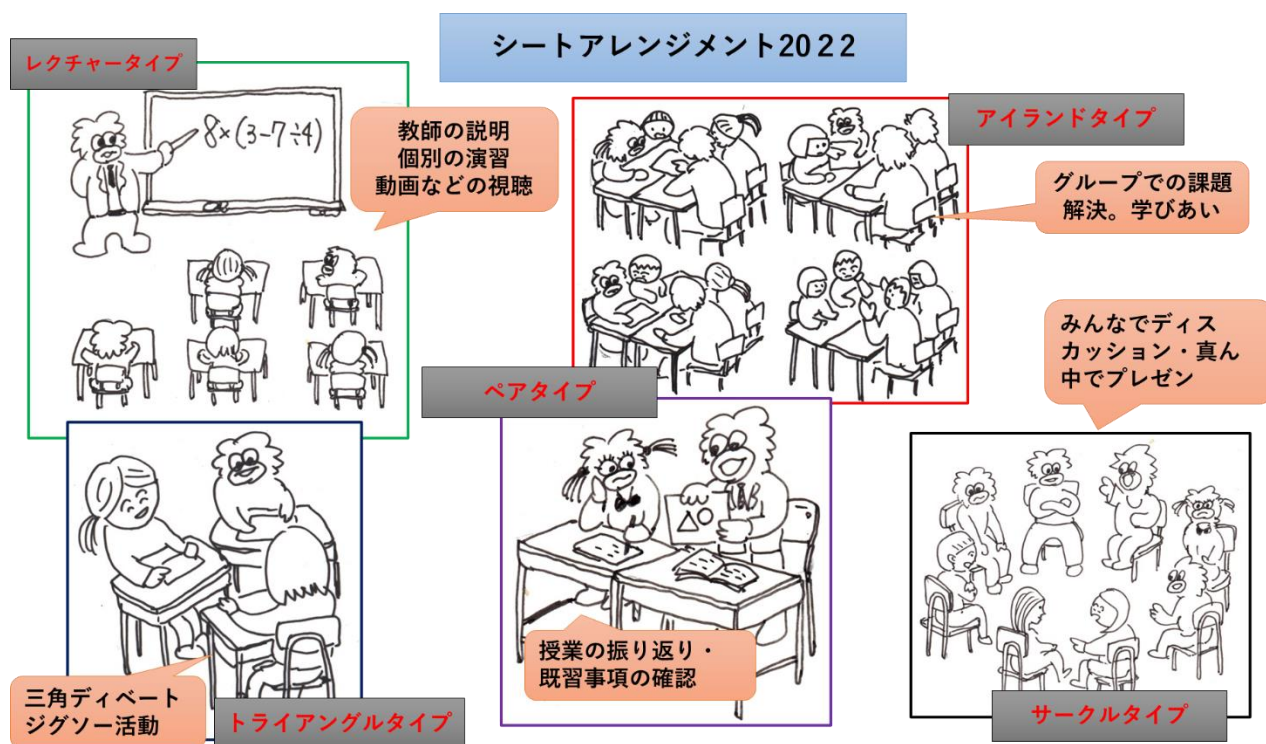


Chapter 1 Concept of Lesson Design 2 主体的で共同的な学びを推進する授業デザイン

日本の現在の学習指導要領において強調されているのが「主体的で対話的で深い学び」である。このような学びを起こすために私が行ってきた授業デザインについて以下に紹介したい。これらは、カラクル区の教員研修や校長研修で話した内容、および話す予定にしていたが時間の都合で話せなかったものも含めてのものである。なお、ここで掲げる授業手法は「主体的で対話的で深い学び」を起こすための一手段にすぎず、これを行えば即時的に学習効果が期待できるものではないことを申し添えておく。

■ シートアレンジメント

教室を「教師－生徒」という講義型スタイルだけではなく、以下の図に示すような様々なレイアウトにすることにより、共同の学びのシチュエーションを創り出すことができる。教室のレイアウトを変えることは「授業は教師から生徒に一方的に行われるもの」という教授型パラダイムから、「教師も生徒も向上心の同志として共同で学びを創造する」という学習パラダイムへの変革を主張するものとも言える。つまり、教室内の環境を変化させることは、単なる機能性の問題だけではなく、そこに意味を付与するという、アフォーダンスの視点を持つ。



■ グループワークのグラウンドルール

グループでの活動を行う場合、発達段階に応じていくつかの約束事を設定しておく必要がある。私の場合は、「優しさを持つこと」「当事者意識を持つこと」「失敗から学びあうこと」という観点から、次のようなルールを設定している。

- I 自分の意見を主張するだけではなく、相手の話を引き出し、共感しあう場にしよう。
- II グループ内でいい意見が出た場合、それを深め全員で共有しよう。
- III 失敗や、間違いを恐れず積極的に話そう。そして、それを気兼ねなく行える空気をつくろう。

また、授業は教科の学びだけではなく良い人間関係をつくる場でもあるので、次のようなルールも併せて生徒に提示している。

【贈りたいプラスのストローク】

笑顔・うなずき・ほめる・励ます・慰める

【贈らないマイナスのストローク】

いじめる・たたく・イヤな顔を見せる・怒る・バカにする・けなす・皮肉を言う

【絶対しない ディスカウント】

人権を無視し、相手の「存在を認めない」「価値を認めない」「無視する」

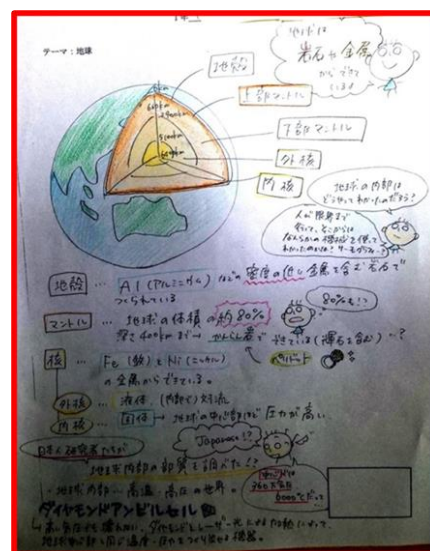
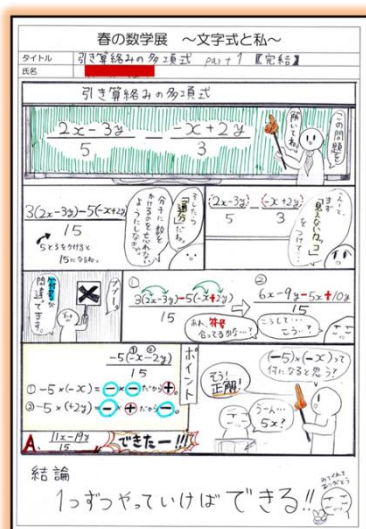
■ サマライズ

日本では毎時間の授業を生徒がノートに整理していくという活動が、小学校段階から徹底して行われており、それは日本の教育の優れた質保証の要因であると、海外からも一定の評価を得ている。しかし、一方で、黒板に書かれていることをそのまま写すことで、思考停止に陥るとか、ノートをとることが目的化し、主体的に学ぶ姿勢が失われるといった一面も否定できない。

そこで、授業のまとめを、「ノートをとる」ことからさらに拡張させる試みとして、私は次のような取組を行っている。

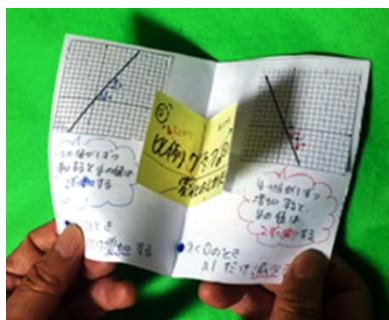
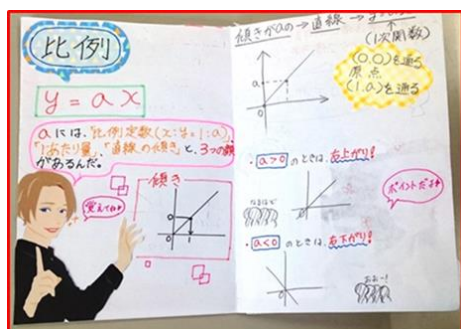
① 授業内容を1枚の絵にまとめる（グラフィックレコーディング）

授業の最後の10分のところで今日勉強した内容を1枚の絵にする活動を入れる。このことによって、授業で得た断片的な「事実」や「情報」を自分の中に取り込んで咀嚼し、永続する「知識」に編みなおされることが期待される。もちろんこの活動は毎時間行う必要はない。



② ミニ教科書づくり

一つの単元が終了した後、自分なりの教科書を作る活動を行う。1枚の紙から8ページの本を作ることができるので私はそれを活用している。それぞれの生徒が自分の問題意識やセンスを基にユニークな教科書を楽しみながら作ってくれる。この活動を通して、生徒が自発的にその単元全体を振り返ることができるとともに、オリジナリティやクリエイティビティを醸成することにもつながると考えられる。また、テストで点数がとれない生徒が教科書作りに優れた才能を発揮することも発見することができる。



■ ギャラリー法

生徒の成果物（まとめや記述発問の解答など）を、クラスの前後左右の窓や壁、あるいは廊下などに展示し、それを自由に見て回る活動である。生徒は自分の考えと同じだと共感したり、他者との違いから学びを深められる。また、付箋を投票用紙として使い相互評価を行うこともできる。それぞれの生徒が1人ずつクラス内で発表するより時間を短縮して全体の意見を共有できるのも良い点である。



■ ワールドカフェ/OST

クラスをいくつかのグループに分け、あるテーマに対して異なる課題をそれぞれのグループに与える。グループ内で課題解決を行った後、その内容を説明する人（アイランドキーパー）を1人残し、それ以外の人は他のグループに出向く。アイランドキーパーは他のグループから来た人に自分たちの活動の成果を説明する。このような活動を数セット行うことにより、グループの意見が全体に共有化される。なお、グループで扱う課題は同じものでもよい。



OST（Open Space Technology）とは、ワールドカフェにおいて、グループになじめない生徒や、習熟が遅い生徒に対して配慮したものである。上写真の右隅にあるようなオープンスペースを設けておき、グループワークから離れてそのスペースに移動しても良いとする。このエリアでは教具やタブレットなどが準備され、教師からのサポートを受けることができる。

■ KP 法（紙芝居プレゼンテーション）

説明したい内容を紙やボードにまとめ、それを使って授業やプレゼンテーションを行うことを、日本では KP 法と呼んでいる（川島直）。複数枚の紙にトピックスや重要ポイントをまとめてそれを適切に黒板に並べながら説明を行うことで、概念や構造を可視化することができる。また、教師が生徒に授業として行うだけでなく、生徒同士で説明しあう活動として行うこともできる。生徒同士の場合、説明することで自らの理解が促進されていくことがわかる。



記述をしてまとめることを苦にしないようになる。
→他教科に転移する力

言葉、図、表などを総合的に使う力

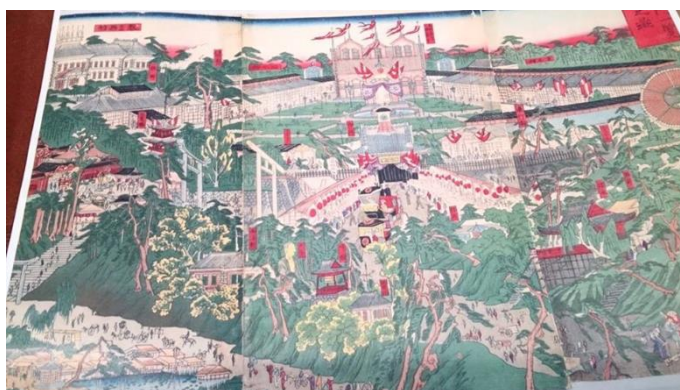
説明しながら、自らの理解が促進されてる

安全安心な学びの空間

■ 観図アプローチ

絵図・写真・グラフ等のビジュアルテキストを読み解き、その内容を発信していくプロセスを含んだ授業手法のことである（鹿内 2015）。

例えば右のような一枚の絵を見て、疑問を抱いたことや、発見したこと、意味がありそうに思ったことなどを個人ごとにまとめ、その後、グループで討議し合意形成を行うとともに、新たな問いを生み出していく。この際、文献やネットの活用も促進する。



スマホの活用→事実の確認より知識を構成することに力点を置く



図の中に潜む要素をクローズアップする



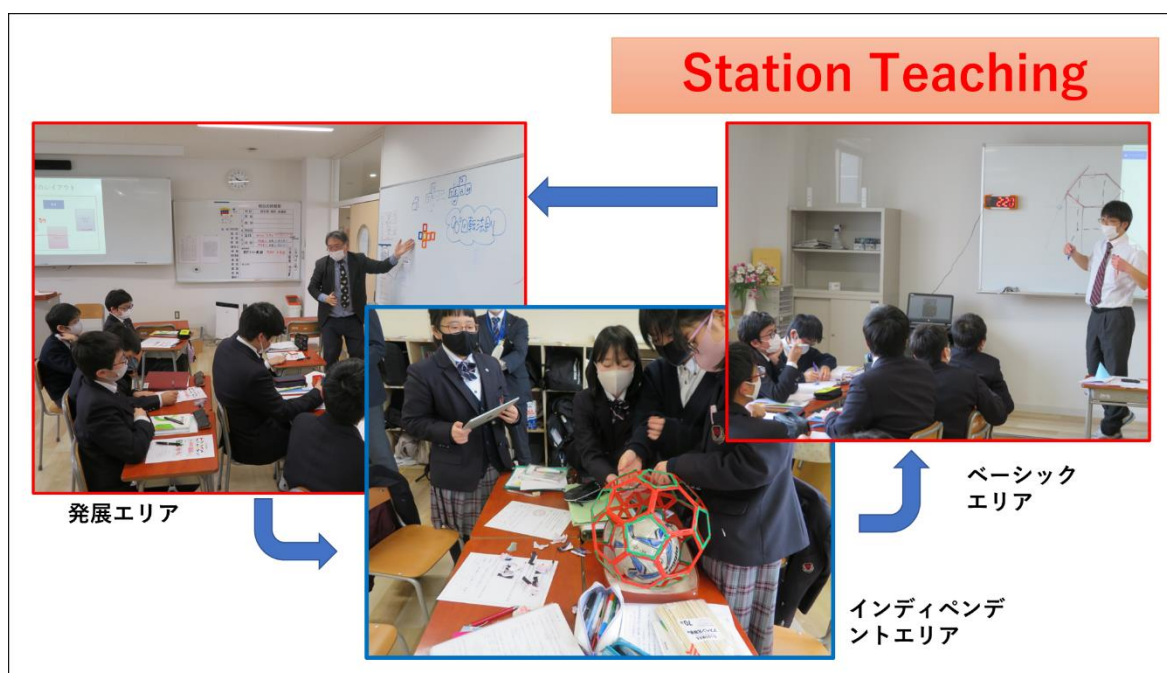
KP法でシェア

■ Co-Teaching

Co-Teaching とは、多様性への対応のために開発された教育手法であり、アメリカの教育学者のマリン・フレンド氏によって提唱されている。欧米では行われているが日本ではほとんど知られていない。これは、教室に 2 人の教師が「対等の関係」で入って行われる計画された授業である。一昨年、私の勤務校で実験的に行い好評だったのでそれについて紹介したい。

① Station Teaching

生徒を ABC の 3 つのグループに分ける。グループ A は教師 X の下に集まり授業を受ける。グループ B は教師 Y の下に集まり X とは異なる内容の授業を受ける。グループ C は自学を行う。このように 3 か所で別々の活動を行い、一定の時間が経過したらローテーションする。このローテーションを 2 回行うことで、3 つのグループは 3 種類の活動を行うことができる。写真は空間図形の授業であるが、教師 X が知識・技能の基本問題について説明し、教師 Y は発展的な内容の話をする。また自学エリアでは課題を与えその成果物をグループ内で完成させる。25 分でローテーションする（2 時間連続授業で実施）。



② Alternative Teaching

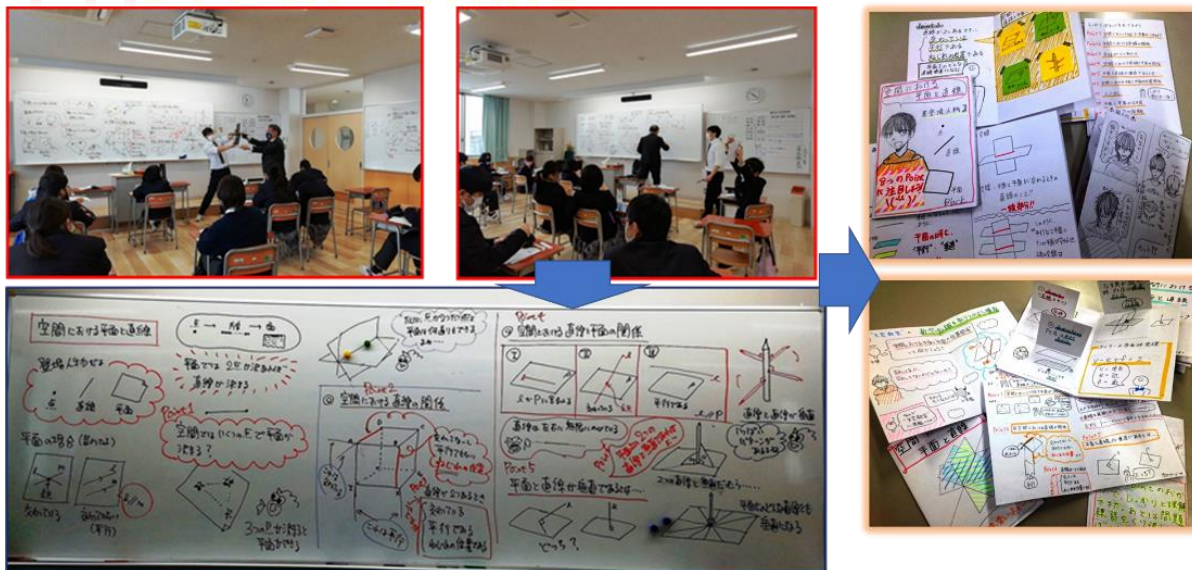
教室における多様性が顕著な場合に行われる。写真はギフテッド（かなり優秀）の数名の生徒に対して、教室内の別の場所で授業を行ったものである。他の生徒と同じ内容ではあるが難易度の高い素材を用いて授業を展開した。授業の中で適宜全体の活動に戻る場面もある。



③ Teaming

CO-TEACHING

Teaming からのミニ教科書作り活動



2人の教師が掛け合いのような形で授業を進行していく手法である。写真の授業では、教師Xが1時間授業を行い、同時に教師YがXに絡みながら、授業内容をホワイトボードに板書（グラフィックレコーディング）していく。2時間目は、教師Yが書き残したホワイトボードを参照しながら、生徒がミニ教科書作りを行う。

<その他授業で留意していること>

■ アイスブレイク

授業の導入時に、生徒の心理的安全性を担保するために行うゲームなどのアクティビティ。特にグループワーク中心の活動を行う場合はグループ内の融和を行うために必ず行っている。内容は様々あるが、私は授業内容と関連させたものにして授業の導入としていくことが多い。

<アイスブレイクの例>

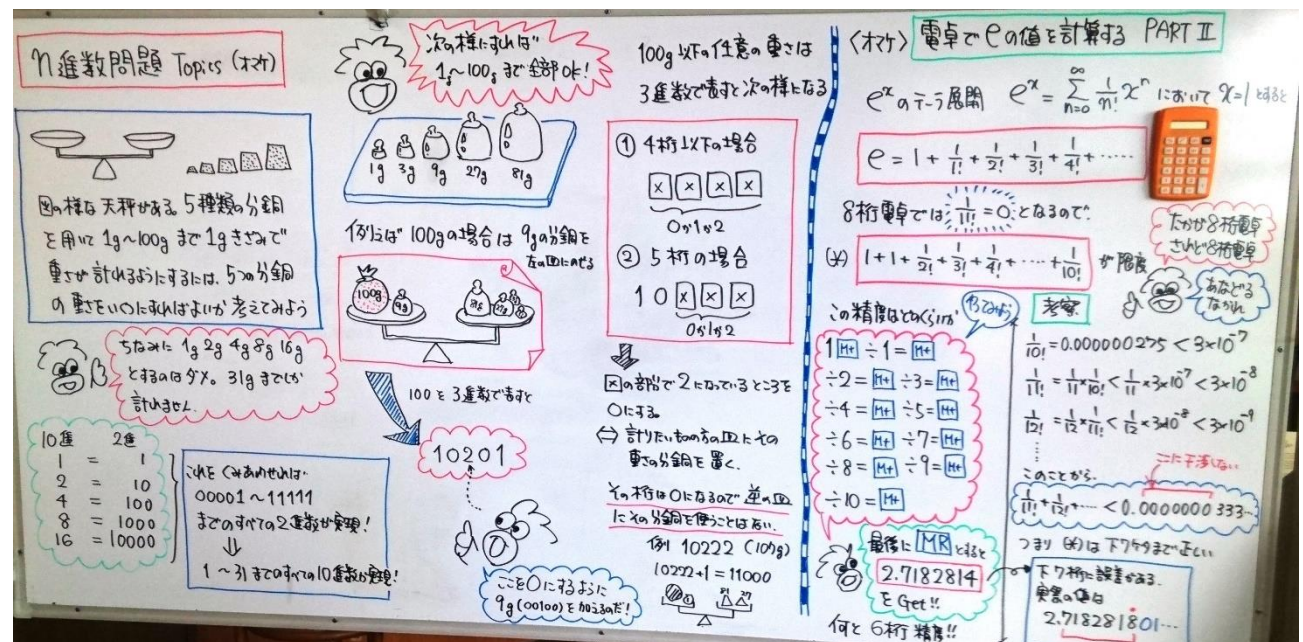
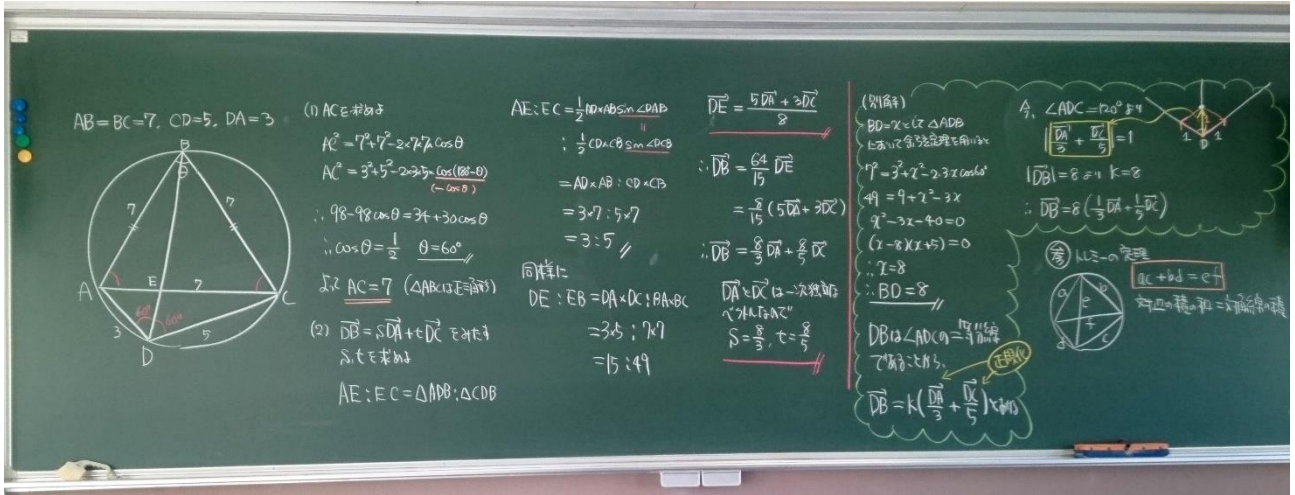
フラッシュメモリ（10枚のカードの単語を瞬間的に覚える）、サイコロトーク（サイコロの目によって自分の思いを語る）、メタファトーク（メタファカードを引いて心境を語る）、ストーリーメイキング（グループ内で断片をつなげてストーリーを作る）、算数数学のマジック（数当てクイズや面白い計算）他多数。

■ 本時の課題の提示と振り返り

授業の冒頭に本日の学習課題、学習目標を黒板に提示し、この時間に「何ができるようになるか」を全体に共有するように心がけている。また、授業の終わりに3分間ほどの時間をとり「振り返りシート」を作成している。この振り返りシートは、個々の生徒が授業前後でどのような成長があったのかを言語化することで、自己肯定感を向上させることを意図している。また、教師はこの時間の学習目標が達成されたのかを確認し、授業改善に活かすことができる。

■ 構造的な板書

日本の場合、黒板はウズベキスタンの各教室にあるものよりかなり大きい。本時の授業のプロセスがわかるように板書はあまり消さないよう心がける教師が多い。また、板書を残すことで自分の授業を振り返り、授業改善を行うヒントにもなる。最近はデジタル教科書の使用も多いため、黒板の半分を書き込みができるスクリーンにすることもある。



■ 学びのコミュニティづくり

廊下やロビーなどに小ホワイトボードを配置して、懸賞問題の提示や、生徒と教師が語り合う場を設定している。教室以外でも学校が知的な好奇心を向上させる場であることを子どもたちと共有していきたいと考えている。

『学ぶことは深く個人的なことであると同時に、本質的には社会的なものだ。学びは抽象的な知識だけで人と人をつなぐ』（Peter M. Senge）

