48　学習が負の影響を及ぼす？
単元等　授業論・指導技術／数学Ⅱ　方程式
◆Contents
・解の公式の導き方
・二次不等式と有意味学習
（間違いだらけの学習論）

1　授業の内容

(1)数Ⅰで行った2次方程式の確認
(2)複素数を解とする2次方程式の説明と演習
(3)練習問題・解の判別のまとめ

2　授業を見ての所感

授業全体を通しての印象

まず，驚いたのは，生徒がきちんと予習をして授業に臨んでいるということです．そのこともあり，習熟度の下のクラスであるにもかかわらず，ほとんどの生徒が本時に演習した問題を完遂できたと思います．

数学の成績や勉強するモチベーションは意外に先生のキャラクタに依存することが多いようです．先生は，「俺についてこい」と生徒を引っ張っていけるタイプなので，生徒も安心して，先生の指導に身を委ねていると思いました．

また，教材研究の跡がわかる丁寧な指導案を作っていただいたので，参観する側としても助かりました．

研究会の際に，「予習をしているのは，前に指導していた先生のおかげ」と話されましたが，そのような話を聞いただけでも，数学科としてまとまりを持って指導に当たっていることがわかります．それとともに，校長先生も情熱的で，生徒の学力向上に真剣になってリーダーシップを取って取り組んでいることも授業参観の様子からもよくわかりました．

ちょうど翌日が，県で実施している基礎力確認調査の実施日で，現2年生は昨年度より成績が良いので，期待したいということで，テストに向けての意気込みも述べられていました．

学力向上の成果をあげるには，やはり学校として一つの数値目標を置くことも必要であると思います．その意味で，基礎力確認調査を一つの指標とされて頑張らせていることはとてもありがたく思います．

先生方のその意気込みが生徒に伝わることで，生徒の意識も変わり，「学び」の環境を形成することができると確信しています．

先生をはじめとした数学科の力によって，単に「授業がわかる」から，「しっかりできる」学校への変革が着実に進められているとの印象を持ちました．

3　補足すること

私からは，授業への注文ではなく，純粋に教材研究の話題提供を行いたいと思います．参考にしていただければ幸いです．

解の公式

授業では，解の公式を何度も生徒に暗唱させていました．私が昨年までいた八戸地区では，解の公式を用いずに平方完成で解を求める生徒が多く驚いたことを思い出しました．

研究会でも話した，解の公式を導く過程を以下に示しておきたいと思います．

$ax^2+bx+c=0$

$ax^2+bx=-c$　（定数項を移項した）

$4a^2x^2+4abx=-4ac$（両辺を $4a$ 倍した）

$(2ax+b)^2-b^2=-4ac$（平方完成した）

$(2ax+b)^2=b^2-4ac$（b^2 を移項した）※

$2ax+b=\pm\sqrt{b^2-4ac}$（ルートをとった）

$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$（$b$ を移項し $2a$ で割った）

2 次方程式を解く際，2 次の係数 a は普通正にするので，式変形の※部分を見ると， $c<0$ ならば必ず実数解を持つことがわかります．

ですから，虚数解を持つタイプの 2 次方程式は

x^2-◆ x +◎＝０か x^2+◆ x +◎＝０

という形になっていることが言えます．

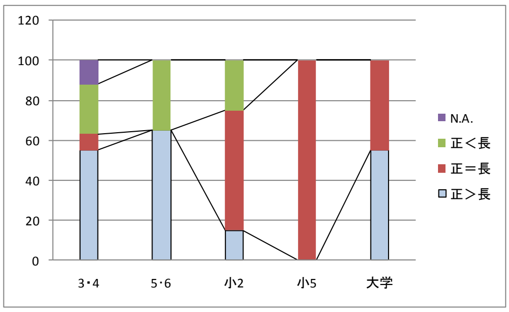
例えば $x^2-3x+10=0$ を見たとき，生徒が式の形からこれは虚数解を持つタイプと感じることができれば，「2 次方程式と友達になった」といえるのではないかと思います．

2 次不等式との関係

最近「間違いだらけの学習論」（西林克彦）という本を読んだのですが，その中に興味深い記述がありました．長さが 60cm の針金が 2 本あり，一方を 15cm×15cm の正方形に，もう一方を 20cm×10cm の長方形にする．このとき２つの四角形の面積はどうなるかという問題を，3 歳から大学生までを対象に行ったというものです．

正解は「正方形＞長方形」なのですが，結果を見ると，決して年齢が高くなると正解率が高くなるわけではありません．

3 歳から 6 歳までは正答率が高いのですが，小学校ではかえって低くなり，特に小学校 5 年生では正答率が０となっています．



なぜ，このようなことが起こるのか．西林氏は，ピアジェの保存の概念を引用しながら次のように述べています．

例えば，幅の広いコップに入っているジュースを，幅の狭いコップに移し替えると，小学校就学以前の子どもは水面の高い方が量が多いとするケースが多いが，就学前後の年齢になると，「保存」の概念が形成されていて，「移し替えただけだから量は変わらない」と考える．この「保存」の概念が「何も取り去っていないし，何も付け加えていない．変形しただけだから量は変わらない」というものだったとすると，今の針金で長方形を作る問題も，同じ針金を変形したから面積も同じ，としてしまったと考えられます．

新しい概念を獲得することにより，誤りが誘発される，つまり学習が負の影響を及ぼすことがありうることを示しています．

なぜ，このような話をしたかというと，研究会でも話が出ましたが，2 次方程式の解を複素数まで拡張したことにより，2 次不等式を変な方法で解いて平気でいる生徒が意外に多いからです．

例えば， $x^2+2x+4<0$ を，

$-1-\sqrt{3}i<x<-1+\sqrt{3}i$ 　としてしまうような答案によくお目にかかります．

これは，2 次不等式の解法を，

①因数分解する

②因数分解できないときは解の公式で２つの解を求めて，「＜」のときは「挟まれる」，「＞」のときは「分かれる」

などといったパターンによって解決していることと，虚数は実数と違い大小関係のない特別な数だという認識がないことに起因するように思います．どちらも「意味」を捨て去って操作のみに比重を置いた学習による弊害といえるかもしれません．

新しい概念を獲得するとき，それを以前獲得した概念と関連させるには，両者を統一する別の視点からの見方も必要です．例えば，グラフという視点で 2 次不等式を眺めてみるとかですね．それにより，知識は確固たるものになるはずです．

その点，先生の授業では，数Ｉの教科書で行った 2 次関数と 2 次方程式不等式の関係を示すという有意味学習が行われていたと思います．