

6 自然現象と教科書にある数学のつながり

単元等 数学 I 「2 次関数」

◆ Contents

- ・ 2 乗比例法則
- ・ 水平投射の実験
- ・ 放物線が x 軸を切る長さ

1 授業の内容

一般形で与えられた 2 次関数を標準形に変形しグラフを描く。

2 授業を見ての所感

先日は、個別訪問で授業を行っていただきありがとうございます。

少人数での授業でしたが、アットホームな雰囲気の中で、先生が丁寧に 1 人ひとりに声をかけていたのがとても印象的でした。

具体的に、授業を観て良かったと思える点は

- ◆ あらかじめ生徒用にグラフ用紙（方眼紙）を準備していて、グラフ描画をスムーズに行えるようにしていたこと。
 - ◆ 2 次関数の「2 乗比例則」（先生は 1, 4, 9 の法則と呼んでいた）によってグラフを描画させていたこと。
 - ◆ 個別指導を適宜行い、根気強く対応していたこと。
- などです。

3 補足すること

私は、個別訪問で授業を行ってくださった先生方に「所感」として、その授業内容に関わった教材研究ネタを中心に話題提供をさせていただいておりました。

今回は、先生が説明で行っていた「1, 4, 9 の法則」に関係した、2 次関数の 2 乗比例則に関する実験について述べたいと思います。

■ 水平投射の実験

用意するのはカーテンレール（くの字に曲げておく。また、黒板にくっつくようにマグネットシートを貼っておく）

① 1 当たり量を決める

パチンコ玉を何回かレールから発射させます。玉が落下するときのどこか 1 点を観測して印をつけます。

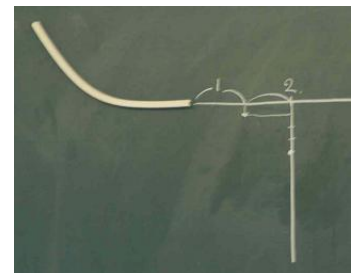


これが 1 当たり量、つまり、 $y = ax^2$ の 2 乗比例定数 a にあたる部分です。

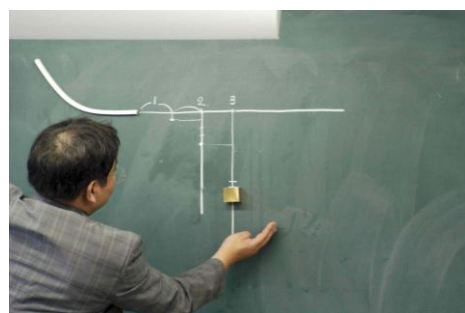
② 2 のときの位置を予測する

1 当たり量から、2 のとき 4 となる場所に、小さなケースなどを置いておきます。

玉を発射させると、予想したポイントにストライク！

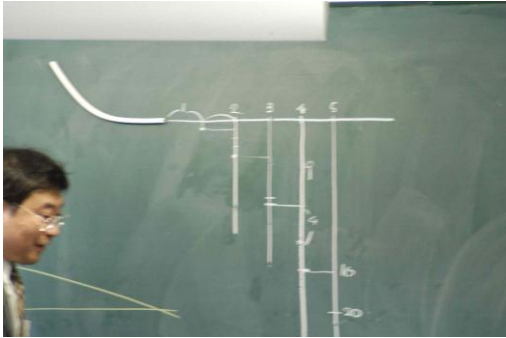


③ 3 のときの位置を予測する

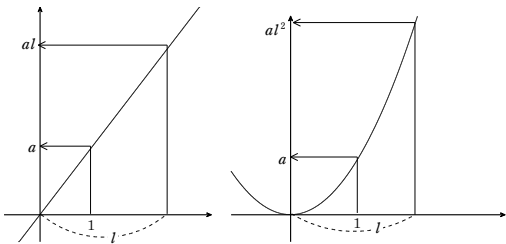


今度は、3 のとき 9 の位置ををとります（目分量で十分）。玉を発射させると、用意していた小箱にストライク！自然現象を数学が解明しました！

④ 調子に乗って



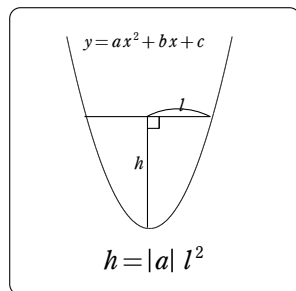
調子に乗って、4のとき16の地点に小箱を置いておきます。ストーンと玉が箱に入ると、生徒は驚くとともに、数学の凄さに気づくと思います。
(更に5のときと続けても良いが、さすがに5のときは自由落下になっていてうまくいきません)



以上の実験を踏まえて、2次関数の2乗比例則の説明をします。図の左は比例法則で、1当たり量が決めれば、それに対して、横が l 倍になると、縦も l 倍になります。

2次関数は、図の右の様に、1当たり量が決めれば、それに対して横が l 倍になると、縦は l^2 倍になります。

このことから、2次関数では、切り取る長さや頂点までの距離に関して図のような重要な性質が導かれます。

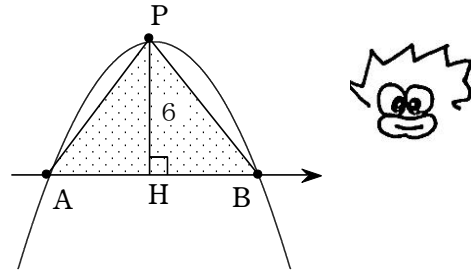


この性質を利用して問題を1つ解いてみましょう。

例 $y = -\frac{3}{5}(x-p)^2 + 6$

の頂点をP、グラフとx軸の交点をA、Bとすると、 $\triangle ABP$ の面積を求めよ。

解答



図において、 $AH=l$ とすると

$$6 = \frac{3}{5}l^2 \quad \therefore l = \sqrt{10}$$

よって、

$$\triangle ABP = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} \times 6 = 6\sqrt{10}$$

