

数学科（数学Ⅰ）学習指導案

岩手県教育委員会学校教育室

主任指導主事 下町 壽男

1 日 時 平成24年11月9日（金）2校時

2 場 所 岩手県立岩泉高等学校

3 授業者 下町 壽男

4 学 級 1学年 全員（64名）

5 使用教科書及び単元名

最新 数学Ⅰ（数研出版） 第5章 データの整理 【課題学習】

6 授業計画

課題学習 2時間を充てる（本時は1時間目）

1時間目 講義と演習（岩泉町の気温に関するデータの整理）

2時間目 発表と講評

7 学校・生徒の状況

岩泉高校は、平成21年度より「確かな学力の育成に係る実践的調査研究」の文部科学省の指定を受け、継続的に実践研究を行い、昨年度9月の高教研の研究大会や、2月に行われた総合教育センターにおける県の研究発表大会などでその取組の成果が発表された。

その取組の柱として、以下の2つをあげることができる。

① 授業冒頭における「確認テスト」と授業終末における「自己評価」の励行

② 授業の中に、生徒が言葉で論理的に説明を行うような言語活動を取り入れる

学力差が大きく、また、小中学校での既習事項の定着が十分でない生徒も多く入学している学校ではあるが、このような取組の中で、生徒の基礎学力の向上とともに、教師の授業改善や、教師集団の組織化が着実になされてきた。

今年度の個別訪問においても、数学科全体が、熊谷教諭を中心によくまとまり、自由に意見を言い合える明るい雰囲気醸成されていることが窺えた。また、そのようなムードが生徒にも反映され、授業での反応の良さに繋がっていると思われた。

1学年は2クラス3展開型の習熟度別クラス編成による授業を行っているが、本時はクラスをまとめ、学年全体に対する授業を行う。

8 本時の授業のポリシー

岩泉高校より、今回の指導要領改訂の目玉の一つである「データ分析」の単元内の「四分位数と箱ひげ図」についての授業を行って欲しいとのオーダーを受けた。

四分位数・箱ひげ図は、殆どの教師が初等中等教育の中で学んだ経験を持っていない単元である。従って、教師の多くは授業展開に対する不安を抱えているのが現状であろう。

このような経過を踏まえて、今回「四分位数と箱ひげ図」のモデル授業を提供するに至ったのであるが、「新カリ」への対応ということであれば、もう一つの目玉でもある「数学的活動」を踏まえた「課題学習」（数学Ⅰまたは数学Aで実施が義務付けられている）とい

う位置づけで本時の授業を提案すれば、より還元されるものも大きいのではないかと考え、授業案を計画した。本時の授業が、岩泉高校だけでなく、県内の数学科の教員に対して、授業研究のたたき台となってくれればありがたい。

9 単元について

(1) 既習事項（中学校）の「資料の整理」との関係

統計の内容は、時代の要請を受け、今回の指導要領改訂において、小中高にスパイラル型に組み込まれている。文科省では中学校における統計教材（「資料の整理」）について、次のような見解を述べている。

急速に発展しつつある情報化社会においては、確定的な答えを導くことが困難な事柄についても、目的に応じて資料を収集して処理し、その傾向を読み取って判断することが求められます。「資料の活用」の領域では、そのために必要な基本的な方法を理解し、これを用いて資料の傾向をとらえ説明することを通して、統計的な見方や考え方及び確率的な見方や考え方を培うことが主なねらいです。

なお、ここでいう資料とは、様々な事象から見いだされる確率や統計に関するデータのことです。我々の日常生活においては、不確定な事象について判断しなければならないことが少なくありません。その際、資料を活用することで導かれる情報に基づいて適切に判断することが必要です。この領域の名称を「資料の活用」としたのは、これまでの中学校数学科における確率や統計の内容の指導が、資料の「整理」に重きをおく傾向があったことを見直し、整理した結果を用いて考えたり判断したりすることの指導を重視することを明示するためです。（Q&Aより）

具体的には中学校各学年の指導事項の概観は以下のようにまとめられる。

- 第1学年：平均値・最頻値・中央値・ヒストグラムなどの用語の意味と見方を学び、目的に応じて資料を表やグラフに整理し、その資料の傾向を読み取る。
- 第2学年：不確定な事象についての観察や実験などの活動を通して、確率について理解し考察する。
- 第3学年：母集団から標本を取り出し、標本の傾向を調べ、母集団の性質を読み取る。

ポイントは、単に、中央値やヒストグラムなどの知識や、その「求め方」や「作り方」の技能を学ぶに留まらず、それを用いて「資料を読みとる」力を育てることが目標になっていることである。

もちろん、それは高校で学ぶ「データ分析」にも言えることである。従って、決して、箱ひげ図や四分位数を求める技能の指導に終わることのないよう注意すべきである。

(2) 学習指導要領における「データのちらばり」の内容の取扱いについて

学習指導要領解説には、次のように述べられている。

中学校での学習を更に発展させて、四分位数、四分位範囲、四分位偏差、分散及び標準偏差などの用語を知り、意味を理解させるとともに、それらを利用してデータの傾向を的確にとらえ説明できるようにする。（中略）指導に当たっては、これらの用語を具体的な事象と関連付けて扱うことが大切である。例えば、充電式機器の使用可能時間について、平均値や分散、標準偏差を求めて、それらの意味を理解させることが考えられる。また、四分位数に関連して箱ひげ図を扱うことも考えられる。

(3) 教材観

① 四分位数と箱ひげ図とは

箱ひげ図 (box plot) とは、最大値、最小値、中央値と 2 つの四分位点の 5 つの値 (5 種の要約統計量) によって、ばらつきのあるデータをシンプルな「箱」と「ヒゲ」によって表現するグラフのことである。

データが従う確率分布の仮定にかかわらず、データの分布を表現でき、箱の各部分の間隔から散布度や歪度、また外れ値を知ることができる。

文科省が提示している四分位点の定義は、「データを小さい順に並べ、中央値を第 2 四分位点とし、それを取り除き、下位データと上位データに分け、それぞれの中央値を第 1 四分位点、第 3 四分位点とする」というものである。しかし、箱ひげ図の作り方の流儀は 10 種類以上あるといわれ、経済、経営関係で用いられる箱ひげ図は、必ずしも文科省の定義された方法で作られたものではない。

② 箱ひげ図の良さの問題点

データ分析のための数学的な技法は、そのデータの持つ性質や傾向を明らかにするものであるが、一方で、都合のよい解釈に利用されることもありうる。さらに言えば、人を騙したり、欺くための手段に使われることもしばしば見られることであろう。

様々な社会問題などが、ある種のデータを伴って語られる場合、我々は、それが正しいものか、あるいはマヤカシなのかを、批判的に考えていく力 (Critical thinking of ability) を身につけることが、21 世紀を生き抜く賢い市民として求められる。

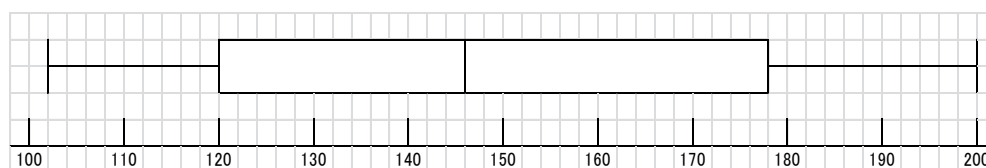
そのためには、四分位数や箱ひげ図を指導する際、その良さだけを指導するのではなく、その限界や問題点をにも触れておくべきであろう。

【箱ひげ図の良さ】

箱ひげ図を用いる良さとして次の 3 つの視点から例示しておく。

<例 1> (分布の傾向を見る)

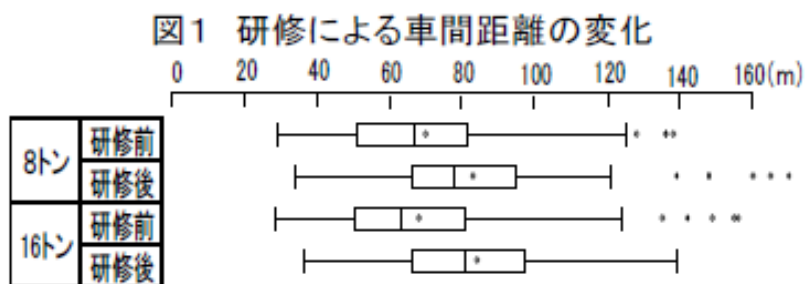
下の箱ひげ図は、ある店における 1 ヶ月間 (30 日) の来客数のデータを表したものである。



(埼玉県教育委員会 <http://www.pref.saitama.lg.jp/page/suugaku.html> より)

四分位数によって示される「箱」「ひげ」4 つの領域に含まれる変量の割合がすべて 25% であると考えれば、例えば、来客数が 150 人以下の日は 15 日以上であること、180 人以上の来客数の日と 120 人以下の日がどちらもほぼ一カ月の $1/4$ であること、一カ月の半分は 120 人~180 人の来客数であったことなどが見て取ることができる。

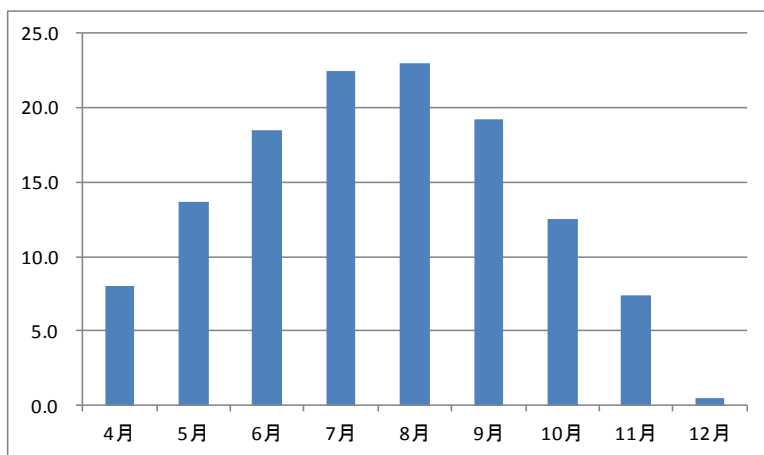
<例 2> (分布の推移を見る)



(自動車安全運転センター (調査研究部) <http://www.jsdc.or.jp> より)

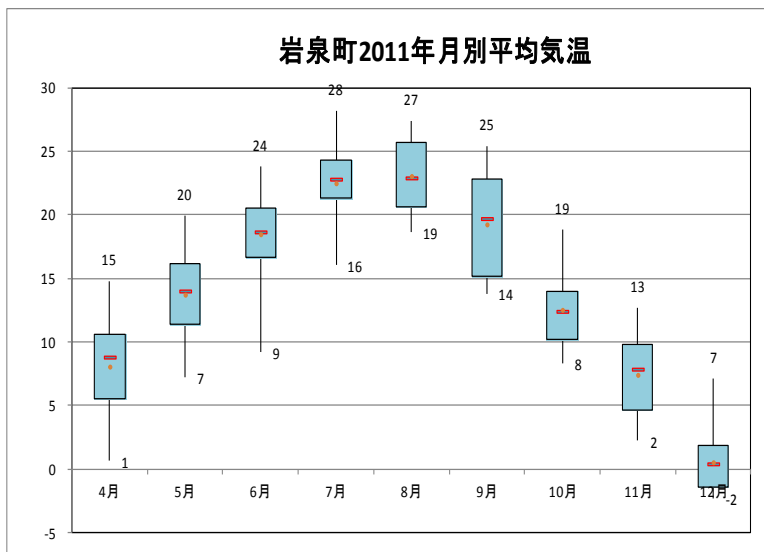
上の箱ひげ図は、トラック運転者教育についての実証実験の結果である。箱ひげ図の推移から、研修後に8トントラックも16トントラックも走行中の車間距離が大きくなるように推移していることがわかる。平均値の比較だけではなく、箱ひげ図を用いることによって、研修による改善効果が大きいことの説得力ある検証データとして扱われている。

<例 3> (経年変化などについて多次元的表現ができる)



図は岩泉町の2011年の4月から12月までの月別平均気温を棒グラフにしたものである。

しかし、棒グラフで示される値は、それぞれの月に含まれる30日程度の日数の代表値に過ぎない。



そこで、平均気温に併せて、各月の状態を箱ひげ図で表してみる。例えば7月と8月の状態や、6月と9月を比較したとき、平均気温だけでは違いがわからないが、箱ひげ図にすると違いをイメージすることができる。

【箱ひげ図の問題点・限界・内包する矛盾】

箱ひげ図の問題点として以下の点をあげておく。

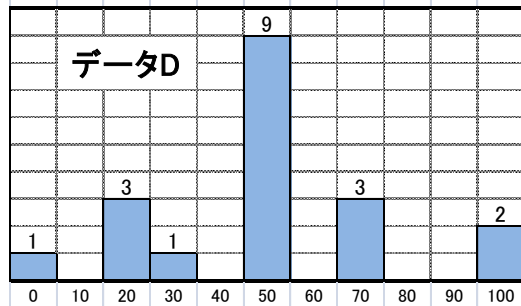
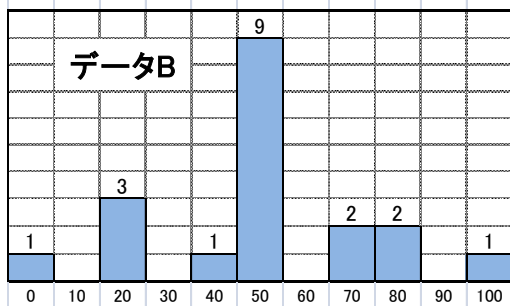
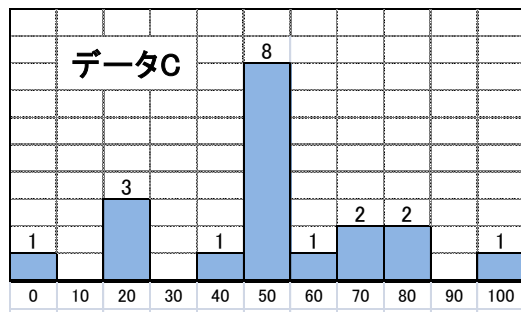
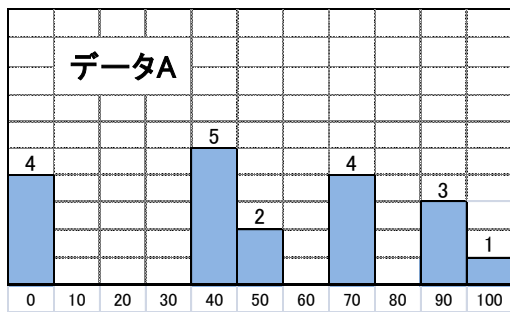
<作成についての問題点>

- ・箱ひげ図はシンプルな図であるが、データのソーティングが前提なので、作成はシンプルではない。(ヒストグラムを作った方が早いし分布の性質をよく表す。それに、データをソーティングすれば、何も箱ひげ図を作ることもないだろう。)
- ・コンピュータで作る方法もあるが、エクセルで用意されているパーセンタイル関数は文科省が定義する手法と異なる。
- ・文科省の定義する四分位数は、データの個数が $4n, 4n+1, 4n+2, 4n+3$ 型によって算出法が異なるため、箱ひげ図の作成が、資料の傾向や性質を知ることよりも、データの個数のタイプに応じて四分位数を求める技能に矮小化されることが予想される。

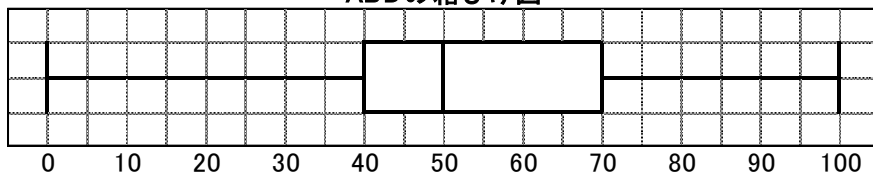
<箱ひげ図自体の問題点>

- ・5つの要約統計量で決定される、「箱」、「ひげ」の4つの領域内の変量の分布はどうなっているかわからない。
- ・ヒストグラムから箱ひげ図は類推されるが、箱ひげ図からヒストグラムを(一意に)再現することができないため、間違った解釈をする可能性がある。
- ・特に、少ないデータの場合、変数の個数によって中央値のとり方が異なるので、変数が1個違うだけで、全く異なる箱ひげ図ができあがる恐れがある。
- ・データによっては、四分位範囲が大きいほど散らばり具合が大きいとは判断できない。ひとつの例として、何森仁氏(神奈川大学)の提唱している例から引用しておく。

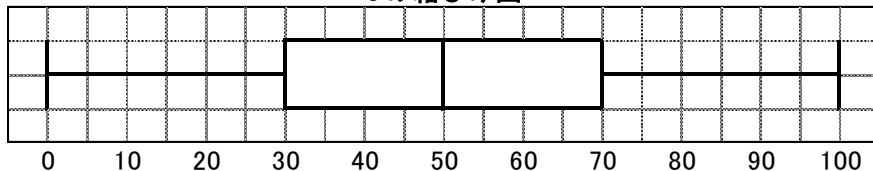
順番	5数要約値	データ			
		A	B	C	D
1	最小値	0	0	0	0
2		0	20	20	20
3		0	20	20	20
4		0	20	20	20
5		第1四分位数 Q_1	40	40	30
6		40	50	50	50
7		40	50	50	50
8		40	50	50	50
9		40	50	50	50
10		中央値 Q_2	50	50	50
11		50	50	50	50
12		70	50	50	50
13		70	50	50	50
14		70	50	50	60
15	第3四分位数 Q_3	70	70	70	70
16		90	70	70	70
17		90	80	70	80
18		90	80	100	80
19	最大値	100	100	100	100
合計		950	950	950	960
平均		50.0	50.0	50.0	50.5
分散		1021	547	621	552
標準偏差		31.953	23.388	24.92	23.495



ABDの箱ひげ図



Cの箱ひげ図



19個の変量からなる4つのデータ ABCD において、A と C では A の分散が大きいですが、実際に箱ひげ図を作ると、C の四分位範囲が大きいことがわかる。

つまり、分散という散布度に従えば、A の方が散らばり具合が大きいデータであるのに、四分位偏差に従えば、C の方が散らばり具合が大きいデータと判断されてしまう。

また、A と B, A と D は全くことなる分布であるが、箱ひげ図にすると同じものに表される。

逆に、C と B, C と D は視覚的に見て、類似の分布であるが、異なる箱ひげ図になる。

10 本時の目標（評価規準）と授業のアウトライン

(1) 本時の学習目標（概ね満足とする評価規準）

- ・ 平均値などの代表値だけでは分布の様子がつかめないことを理解する（見方考え方）
- ・ 四分位数を求め、箱ひげ図を作成する技能を身につける（数学的技能）
- ・ 箱ひげ図からデータの傾向を考え表現できる（数学的な見方考え方）
- ・ グループでの活動において積極的に参加し、データのソーティングや、四分位数や箱ひげ図の良さを理解する。（関心・意欲・態度 知識・理解）

(2) 授業のアウトライン

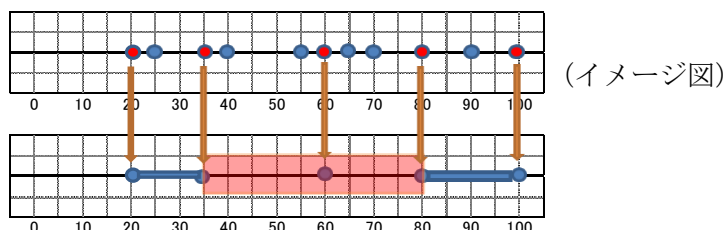
① <導入>代表値・散布度・分布の形の必要性

以下の 2 例をあげ、データの傾向を知るには、平均値だけでなく、散らばり具合や、分布がどのようなになっているかを知る必要があることを示す。

- 「イチロー企画」と「しもまち商事」では人数、業務、勤務形態が全く同じであるにもかかわらず、「イチロー」は月給 50 万円、「しもまち」は月給 20 万円である。しかし、イチロー企画の方からやめる社員が続出しているという。なぜだろう。
- 「くまさん自動車学校」と「ナオミンモータースクール」の 2 つの自動車学校の卒業生の、自動車運転免許取得の筆記試験の平均点は、「くまさん」は 80 点、「ナオミン」は 50 点だった。しかし、なぜか「ナオミンモータース」の人気の高いという。なぜだろう。

② <説明>「四分位数と箱ひげ図」の原理と作り方

11 人の生徒に数値が書かれた紙を渡し、それを数直線上に配置させ、全体の分布状況を確認する。その後、四分位数を求め、箱ひげ図を作成する。



③ <活動 I > 班ごとに 31 個のデータから四分位数を求め箱ひげ図を作る

各班に、31 枚の数値データが書かれた紙を配布する。それを班員で協力してソーティングし、四分位数を求め箱ひげ図を作る。

④ <説明>箱ひげ図からデータをどう分析するか

気象庁のホームページのデータから作成した箱ひげ図のサンプルなどを見せ、箱ひげ図の良さを示す。

⑤ <活動 II > 班ごとに課題を設定し、箱ひげ図を作る（途中まで）

岩泉町の月別平均気温等に関するデータを与え、そこから課題を設定し、箱ひげ図を作成し、データ分析を行う（作業途中でも時間で終了続きは次時）

⑥ <まとめ>箱ひげ図について理解を確認する基本的な問題

箱ひげ図の見方に関する基本的な問題についての小テストを実施し定着を確認する。

11 本時の学習過程（展開案）

	学習活動（発問・指示・板書など） 予想される反応	指導上の留意点	評価 (方法)
導入 7分	<p>●本時の授業の流れについて説明</p> <p>●代表値・散布度・分布の形の必要性 2つの例（「イチロー」「しもまつち」「くまさん」「ナオミン」）を示す。</p> <p>※ PCにより提示</p> <p>●本時の学習課題の提示 計算不用のデータ分析「箱ひげ図」と友達になろう～作って使う箱ひげ図～</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・4～5人1組の班を編成する。 ・PCとプロジェクタの準備 ・初対面の生徒達であるので冒頭で生徒を掴む。 ・発問で時間を長引かせないように、指導言のマネジメントをしっかり行う。 	<ul style="list-style-type: none"> ・既習事項が定着している。[知・理]
展開 38分	<p>●四分位数と箱ひげ図の原理 11人の生徒に数値が書かれた紙を渡し、それを数直線上に並べ、四分位数、箱ひげ図の原理を説明し、作成する。（8分）</p> <p>●＜活動Ⅰ＞班ごとに箱ひげ図作成 岩泉高校の数学科教員と協力して生徒の活動の様子を確認し、適宜アドバイスをを行う。（10分）</p> <p>●箱ひげ図取扱い例について説明 ① 研修による車間距離の変化 ② 来客数データ ③ 岩泉町の月別平均気温 （5分）</p> <p>●＜活動Ⅱ＞班ごとに課題研究 岩泉町の気温データからどのような課題を見つけ研究するか話し合う。 岩泉高校の数学科教員と協力して適宜アドバイスをを行う。（15分）</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・5つの統計量によりデータ全体を要約することを強調。 ・データの個数による中央値の求め方についてはあまり細かいことには言及しない。 ・数値を記入した31枚のデータ（岩泉町の気温に関するデータ）を各班に配布する。 ・箱ひげ図作成用の用紙を配布する。 ・スライドによって説明 ・机間巡視により、生徒の良いアイデアをピックアップし、場合によっては全体に発表させる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・熱心に活動をしている。[関・意・態]（観察） ・データをもとに四分位数を求め箱ひげ図を作成することができる。[技]（観察） ・班活動において、意欲的に活動している。[関・意・態]（観察・発問） ・活動内容を積極的に説明できる。[見方]（発問）
まとめ 5分	<p>●箱ひげ図の見方に関する問題演習 本時の活動から箱ひげ図の意味が理解されたかどうかを確認</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・確認のための小テストを配布するとともに、スライドでも補足する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・箱ひげ図の見方が理解されている [知][見方]（テスト）