授業実践例④　深い学びとは何か（分点の座標を題材にして）

現在、文科省はアクティブ・ラーニングのキャッチフレーズとして「主体的、対話的で、深い学び」と謳っている。「深い学び」という言葉は、アクティブ・ラーニングが進展する中で、「活動ありて学びなし」「這いまわる経験主義」といった疑問や危機感が、現場サイドからの声として出始め、アクティブ・ラーニングはディープであるべきとの合意が形成されていったからではないかと推察している。

では、「深い学び」とはどのようなものであるか。私は、これを、大学入試や模擬試験の偏差値に評価軸を求めるようなものではないと考える。また、基礎・基本に習熟した先に、初めて「深い学び」が起きるものでもないとも考える。

私は「深い学び」を導くキーワードとして以下の３点をあげておきたい。

１　モチベーションとインタレスト

やる気と興味を喚起するような教材を工夫する。興味関心が増幅することで、自ら発展的に学ぶ態度が育まれる。

２　有用性と活用

現在習っていることが、自然現象や社会現象に現れていることを示す。また、数学が社会の中で役に立つこと、数学の良さを伝える。

３　つながりと発展性

現在学んでいる内容と、小中で学んだ既習事項とのつながりを示す。また、それがどのように応用されるかという発展的な学びを展望する。更に、歴史的な背景を垣間見せること、他教科の内容との関連を示すこと、別解を考えたり、断片的な知識を構成して新しい知見やアイデアを生み出すことなどが考えられる。

このような観点に立ち、「分点の座標」（数学Ⅱ　図形）をテーマに、いくつかの展開例を紹介する。

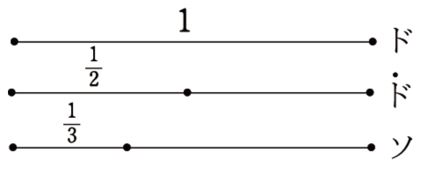
■　展開例１（分点を考える意味）

古代ギリシャ時代に、ピタゴラスがモノコード（一弦琴）を使って、調和する音階の線分比を求めた話は有名です。

彼は、弦を左から１：１の地点で押さえると、開放弦に対して１オクターブ高い音が出ること、左から１：２の内分点を押さえると５度の音がでて、それらはよく調和するということを調べました。

（開放弦をドとすると、ドソド̇の和音が出てよく調和する）

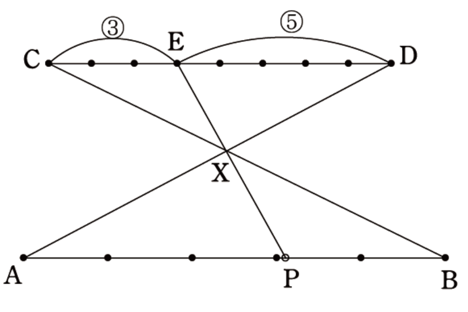
音楽は数学の宝庫でもあるのですが、このような音階との話をしてみるのも分点を考える動機づけになるかもしれません。



■　展開例２（分点を決定する方法）

例えば、下図において、AB を３ ： ２に内分する点の座標は、全体が５等分されているので、すぐ求めることができます。

では、AB を５ ： ３に内分する点はどこにあるでしょうか。うまく作図できますか。例えば、右図のように求めることができます。手順は



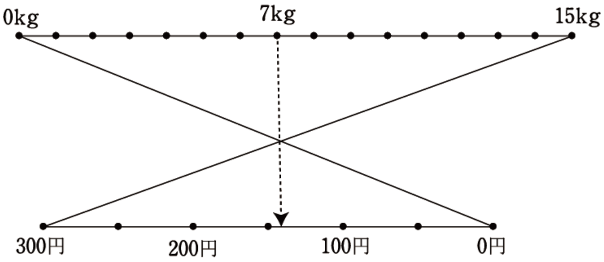
(1) 8 等分してある適当な長さの線分 CD を AB に平行にとる。
A と D、B と C を結ぶ。

(2) DE：EC＝５：３となるようにＥをとる

(3) 線分 AD，BC の交点Ｘと E を結び、その延長と AB が交わる点Ｐが AB を５：３に内分する点

この考えは、正比例関係にある２つの変量の一方から他方の値を求める速算法として使われます。

たとえば、15kg で 3、000 円のみかんがあるとき、7kg 買ったらいくら払うかというときに、下図のような図を用意して作図すると、すぐにどれくらいの値段かがわかります。



０kg は０円、15kg は 3000 円なので対応するところを結ぶ。メモリを細かくしておけば、何 kg で何円か、何円分は何 kg などが直ちにわかります。

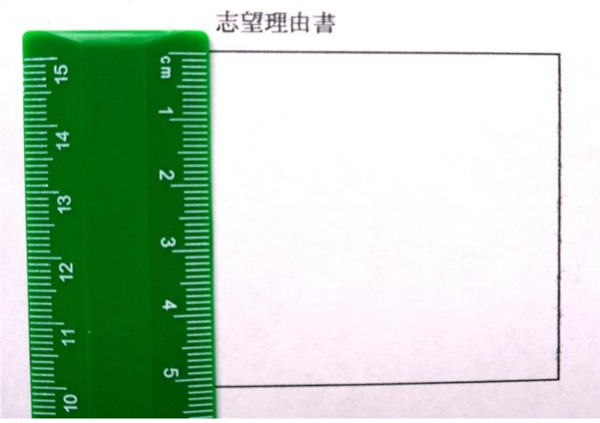
実際に生徒に作図させてみると良いと思います。

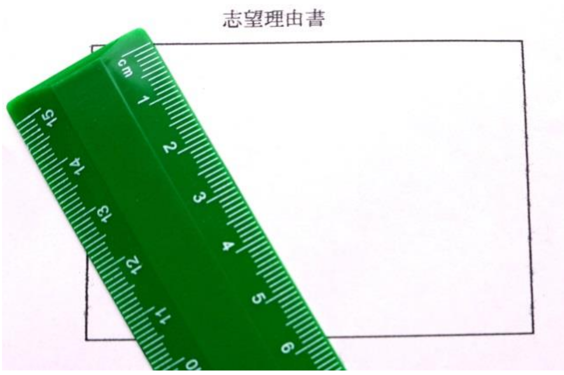
■　展開例３（生活の知恵）

線分比は正射影によって保存されることを、実生活と関連させた話題で考えてみます。

志望理由書に文章を書かなければならなかったＡさんは、6 行分の罫線を引いておこうと思いました。しかし、縦の長さを測ると、5.1cm しかありません。どうすればよいでしょう。

正射影によって線分比は変わらないということを知っていたＡさんは図のように定規を斜めにして６cm のところにあわせました。それを、適当な 2 箇所で行って、点を結んでいけば見事！5 等分されました。生活の知恵です。数学の有用性の一つの例証です。





■　展開例４（ゴムの一様伸縮性を利用した教具）

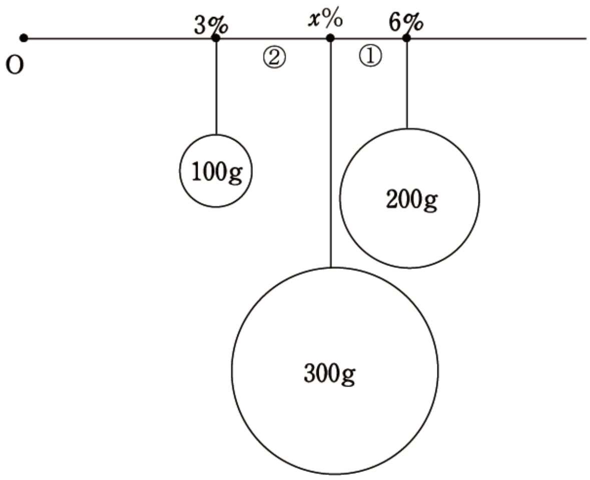
輪ゴムを何本か繋げただけのものですが、授業での効果は抜群です。写真では 5 本の輪ゴムを繋ぎ、3 本目と 4 本目の繋ぎ目にクリップを付けています。ゴムは一様に伸びることからつねにクリップの位置は３：２をキープします。重心の位置の確認や、軌跡の方程式など、いろいろな応用が考えられます。

■　展開例５（食塩水の濃度）

食塩水の濃度を求める式はちょうど分点の座標を求める式と同じ形になります。これはモーメントの和の釣合いの問題と捉えてもよいと思います。

$a\%$ の食塩水n g と $b\%$ の食塩水m g を混ぜたとき、$x\%$ の食塩水ができたとすると。

$$x = \frac{na + mb}{m + n} \ (\%)$$



＜右図＞

3%の食塩水 100g と 6%の食塩水 200g を混ぜた場合。

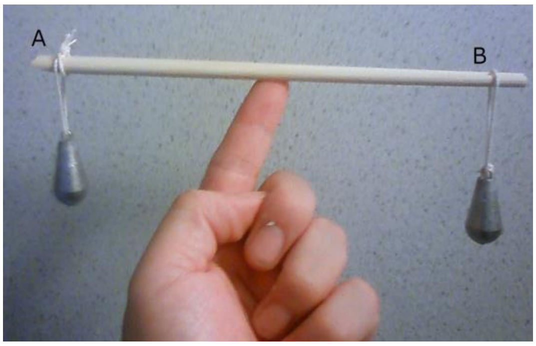
モーメント「(腕の長さ) ×重さ」の釣合を考える。

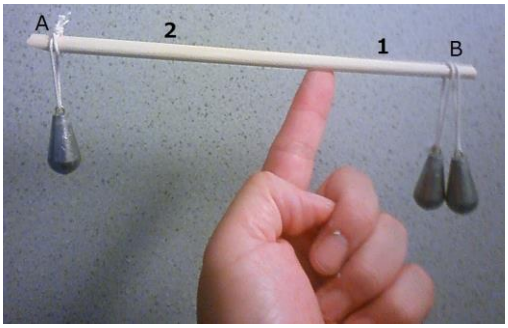
$$(100 + 200)x = 100 \times 3 + 200 \times 6$$

$$x = \frac{1 \times 3 + 2 \times 6}{1 + 2} = 5(\%)$$

■　展開例６（錘による釣合の実験）

次の写真のように割り箸と釣りの錘を使った実験も面白いと思います。

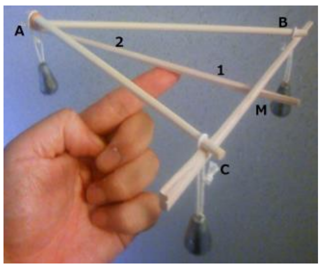




AB の両端に 10g の錘をぶら下げます。釣り合いの点は当然中点です（写真左）。

では、A 地点に 10g、B 地点に 20g ぶら下げた場合はどうか（写真右）。殆どの生徒は２ : １の地点と答えます（班を作って実験させてもよい）。その後、両端の錘の分布をいろいろ変化させて釣り合いの点を調べてみます。

この考え方の良さは、錘の分布によって分点の位置を決定づけることができるということです。



三角形を作って各頂点に１個ずつ錘を分布させてみます。BC の中点の M 地点には２個分の錘が、A 地点には１個分の錘がかかっているので、釣り合いの点は AM を２ : １に内分する点であることがすぐ納得できます。

また、右図において、AD : DB＝１ : ２，BE : EC＝１ : １

であれば、A 地点に２個、B、C 地点にそれぞれ１個の錘を分布させたときの釣り合いの点を決定する図なので、ベクトルやメネラウスの定理を使わずとも CF : FC=３ : １，AF : FE＝１ : １などがたちどころにわかります。