43　問題演習の目指すこと

単元等　指導技術／数学Ⅰ（二次関数）

◆Contents

・問題演習を行うための７つのポイント

・２乗に比例する関数の性質

1　授業の内容

(1) 2次関数の最大最小問題（定区間内）の復習

(2) 2次関数の決定

2　授業を見ての所感

先日は個別訪問での授業ありがとうございました．先生は，非常に落ち着いていて，赴任したばかりとは思えないほど，自然体で生徒の中に入っていることにとても感心いたしました．

数学の授業は，用語や数式などを用いて，数学の知識や概念や技能などを教えることはもちろんです．しかし，授業の果たす役割はそれだけではありません．他者と互いに関わりあう中で，良い関係を作る能力，協力し合う能力を育成する場でもあります．また，自分の将来設計を考慮するなど，大きな展望の中で自律的に行動する力を育てるのも授業の果たす役割といっても良いのではないかと思います．

私は，かなりの学校に個別訪問に出かけていますが，自分の予定したシナリオどおりに成立させることに汲々としているような授業を見かけることがよくあります．発問も，授業進行のために教師の頭にある「正解？」を出させるだけといった，生徒をコントロールする形のものが目に付きます．

このような授業からは，とりあえず直近のテストを乗り切る技能は身につくかもしれませんが，概念の定着が怪しいばかりか，教師と生徒との触れ合い，信頼関係なども生まれないのではないかと懸念しているところです．

そのような中で，先生の授業を拝見して，生徒が安心して先生に心を委ねているというように見えました．それは，先生が生徒の目線に立っていて，生徒と向き合って対話をしながら授業を展開されていたからだと思います．また，生徒の活動を保障しながら「待つ」指導をされていたことによるのではないかとも思いました．

研究会では，ベテランのＳ先生から，的確なアドバイスをいただきました．今の先生の良さに，今回話題に出てきた「能力差への対応」や「授業形態（規律）」の部分などに工夫を加えていけば，授業にグループ感が生まれ，今よりもっと生徒の心をつかみ，彼らの生きる力を育む教師になるのではないかと思いました．

3　補足すること

私は，個別訪問で授業を行ってくださった先生に「所感」として，教材研究ネタなどを中心に話題提供をさせていただいておりました．

先生の授業の中で，2次関数の決定問題

【例題６】

グラフが点 $(1,-3)$ を頂点とし，点 $(-1,5)$ を通る放物線になるような2次関数を求めよ．

を説明するにあたって，とても良い展開だと思ったことが２つあります．

一つは，これまでは，

「式⇒頂点⇒グラフ⇒最大最小」

というように，式から出発してきたが，今度は**「頂点と１点⇒式」**というように逆の流れを考えるのだということを，生徒との対話の中から導き出していたことです．

もう一つは，復習として

$y=(x-2)^2+3$ の頂点は $(2,3)$

$y=2(x-2)^2+3$ の頂点は $(2,3)$

$y=-(x-2)^2+3$ の頂点は $(2,3)$

という関係から

頂点が $(2,3) \Rightarrow y=a(x-2)^2+3$

というように，帰納的な考えや，類推の考えを用いて，このタイプの決定問題において，

$y=a(x-p)^2+q$ とおくことの必然性を示していたことです．

問題を特に当たり，いきなり教科書の模範解答をなぞっていくのではなく，先生のように，解答を作る前の下準備を行うことは，生徒のモチベーションを高めたり，生徒の思考や数学的活動を評価するのに非常に有効であると思います．

そういうわけで，今回は**「問題演習」**について私が思うところを少し述べさせていただきたいと思います．

問題演習を行うための７つのポイント

私は，今年の初任者研修の講座の中で，問題演習を行う上のポイントとして以下の７項目を提示しました．

① 問題を通して身につけさせたい事柄を示す

② 問題を読解し，解決へのビジョンを立てる

③ 教師が１人で説明せず生徒の考えを引き出す

④ その問題の意味や背景を示す

⑤ 異なるアプローチを示すことで視野を広げる

⑥ モチベーションを高める導入や説明を工夫する

⑦ 適切な評価を行い，次の授業にフィードバックさせる

更に，②の解決へのビジョンを立てるために，４つの推論を提起してみます．

演繹的推論（deduction）

正しい前提から出発し結論を見出す．

（今回の先生の授業で言えば「通る」から「式を満たす」つまり「代入できる」と推論する過程）

帰納的推論（induction）

いくつかの具体例から一般化を考える．

（今回の授業では $y=a(x-p)^2+q$ を推論する場面）

仮説設定（abduction）

問題の状況から適合しそうな仮説を立てる．

（とりあえずグラフを描いてみる．標準形や一般形で式を置いてみるなど）

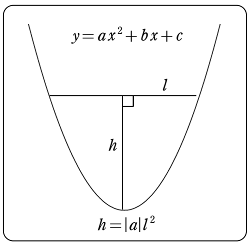
類推（analogy）

あることがらと似ている構造に注目する．

（直線の方程式の決定と同じように，連立方程式を作って未定係数を決定すればよいという発想）

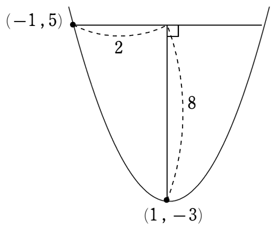
今回の先生の授業では①の部分（これまでと逆のタイプの問題を解決することの明示）と，②の部分（帰納的考えによる問題解決の方略），③の部分（生徒との対話）がとても良かったと思います．

オマケとして，⑤に関わって，例題６の異なるアプローチについて補足しておきます．



２次関数は「２乗に比例する関数」なので，左図のような関係がいつでも成り立っています．

例題６の２次関数のグラフの概形を描くと，



２点の座標から，横の長さ２と縦の長さ８が決定されるので， $a\times 2^2=8$ より， $a=2$

（これは便利な解法としてではなく「２乗比例則」という概念を知るために説明する）