22　北海道の重心はどこ？

単元等　数学Ⅱ　図形と式（重心の座標）

◆Contents

・剛体重心（北海道の重心は？）

・重心と面積

・内心もある意味重心

1　授業の内容

（1）前時の復習（分点の座標）

（2）分点の座標の問題演習

（3）重心とは

2　授業を見ての所感

先日は，個別訪問での授業ありがとうございました．教具を作って生徒に見せるなど，先生が授業を楽しんでいる様子を感じることができました．また，生徒との対話も積極的に行おうと心がけているのがとてもよくわかる授業でした．

先生自身が，数学を愛する心を持ち，そして授業を楽しむ姿勢を持っていれば，必ず生徒に伝わっていくのではないかと思います．

また，研究会では数学科の先生方の熱意を感じました．素晴らしい先生方が揃っている，とてもいい環境であると感じました．是非，積極的に先輩の先生方に相談をして欲しいと思います．その中で自然と指導力もついてくると思います．

3　補足すること

私は，個別訪問で授業を実施された先生に対して，所感として，主に教材研究のネタや教材の背景などについての話題を提供させていただいております．

今回は重心について少し補足してみたいと思います．

剛体重心

先生は三角形に糸をぶら下げて重心を決定する簡単な実験を行いました．とても面白いアイデアだと思います．このとき生徒は皆先生を注目していたように思います．

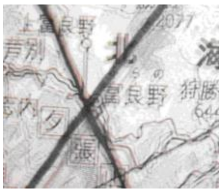
このとき，吊り下げるだけでなく，鉛直方向に錘をぶら下げて，三角形の板に直接チョークなどで線を引いていけばわかりやすかったのではないかと思います．

研究会でも話しましたが，私は以前「北海道」の重心を以下の方法で求めたことがあります．写真をご覧ください．

①厚紙で作った北海道のある地点に画鋲をさします（刺す穴は大きめに）．そこに５円玉をつけた糸をたらします．北海道の厚紙が揺れながら安定したところで，糸の上から線を引きます．

②同じことを，違う場所で行います．２つの線分が交わったところが重心です．さてこの場所はどこでしょうか．

③そうです富良野が重心とわかりました．

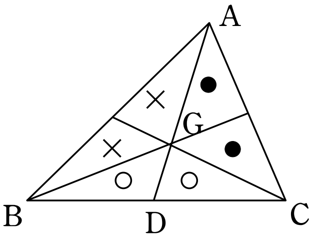


ちなみに富良野は「へその街」として全国にアピールしています．

④重心であることを確かめるため，富良野の地点に爪楊枝を刺してコマにして回します．
指の上でとてもよくまわりました．これ，富良野の町興しグッズにならないかな．（笑）

重心と面積

先生は，「バランスが取れる点＝重心」として，三角形の重心は，2 本の中線の交点であるという説明をされました．そのことから，自然に三角形の 3 本の中線はただ 1 点で交わるということが導かれますね．



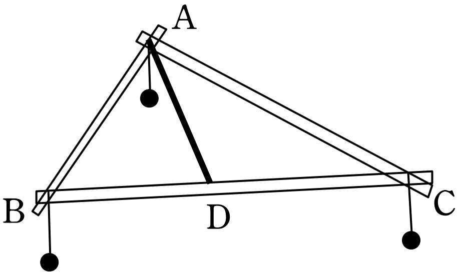
ここで，底辺の長さが等しく，高さが共通であることから，△ABG，△BCG △CAG は２つの面積の等しい三角形に分かれています（左図）．

ところが，△ABG と△ACG に着目すると，底辺を AG と見たとき高さが等しいので，
２●＝２×　すなわち●＝×　がわかります．
同じことを他の部分で考えれば，結局
　○＝●＝×であることがわかります．
つまり**「三角形の３本の中線は三角形を面積の等しい６つのピースに分ける」**ということがわかります．そして，このことから AG：GD＝２：１ もすぐわかります．

これが剛体としての，重心の位置の説明になるかと思います．

質点重心

三角形を板のような剛体で考えるのではなく，各頂点を，ある重さが分布している質点と見て重心を考える方法もあります．



今，図のように各頂点に錘が１個づつ分布しているフレーム三角形を考えます（フレームの重さは無視します）．

このとき釣り合いの場所を次のように考えます．

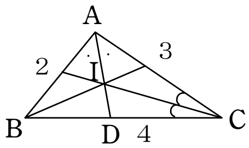
① **まず A と BC の中点 D に橋を渡す．この橋の上の１点が釣り合いの点である．**

② **AD を見ると，A に１個分，D に２個分の重さがかかっているので，重心は AD を２：１に内分する点である．**

三角形の場合，重心は，質点で考えても剛体で考えても同じ場所になることがわかります．

内心もある意味重心

内心の位置は角の二等分線の性質から次のように求めることができます．

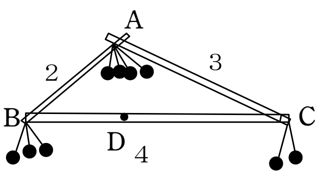


$BD:DC=2:3$　より

$CD=4\times\frac{3}{5}$

すると $AI:ID=3:4\times\frac{3}{5}=5:4$

これを，先ほどの錘分布で重心を求める方法を用いると，次のように考えることができます．



つまり各頂点に対辺の長さ分の錘を分布させたときの釣り合いの位置が内心です．

AD を 5:4 に内分する点が釣り合いの点