

数学科（数学Ⅱ）学習指導案

岩手県教育委員会学校教育室

主任指導主事 下町 壽男

- 1 日 時 平成24年9月24日（月）2校時（9:55～10:45）
- 2 場 所 岩手県立大槌高等学校
- 3 授業者 下町 壽男
- 4 学 級 2年A組（教養コース） 22名
- 5 使用教科書及び単元名
東京書籍 新編数学Ⅱ P54 第2章 図形と方程式 3 直線の方程式

6 生徒の状況

初対面のクラスであるが、川代教諭が指導しているだけに、学習規律がしっかりしている生徒達であることは間違いないだろう。

川代教諭から以下のようなコメントをいただいたのでそれをもって生徒観とする。

出前授業を受講する生徒は2年A組教養コース（就職・専門学校希望者）です。2学年は3クラス（A～C組）の教養コースがありますが、A組は前期中間考査や夏季休業明け課題テストの平均点は一番低かったクラスです。授業時間は私語もなく静かですが、授業に集中しているというよりも、苦手意識が強く受け身の生徒が多いためではないかと感じています。私はついつい一方的な授業をしてしまいますので、別のアプローチを模索したいと思い、このクラスでの出前授業を考えました。内容としては、数学的な活動を取り入れた授業について勉強したいと考えております。

7 出前授業のポリシー

出前授業というと、「一発投げ込み」「一話完結読み切り」型の授業が行われることが多い。そのような場合、授業者の得意ネタをやることになるので、面白く楽しい授業となり、成功するのは当たり前といえる。

しかし、これでは、飛び込みの授業者だけが気持ち良いことになり、実際に担当している教師や、数学科への還元が少なく不満が残る。

そこで、私は、そういった読み切り型の授業ではなく、指導の流れを中断させず、現在行っている単元を引き継ぎ、以後の展開への支援になるような授業を心がけたいと思っている。そのために、授業では必ず指導案を作成し、**詳しい教材観を入れること**、そして、自由な議論ができるような**協議の場を設定すること**を課している。

また、「数学的活動を取り入れて欲しい」「コンピュータを用いた授業を行って欲しい」「教具を用いた授業を」などといった事前の当該校の要望に対して、できるだけ応えるような授業を行うことにしている。

8 単元について

(1) 既習事項の確認

①小学校6年、中学1年で学んだ比例の考えの延長として、中学2年次に、「ともなうて変化する変数 x, y のある関係」の具体例から、 x に比例する部分 ax と定数の部分 b に分け、 $y = ax + b$ で表現される1次関数が登場する。この関数のグラフは1つの直線を決定する。つまり、この段階で「1次関数」⇒「 $y = ax + b$ という式」⇒「傾き a 、切片 b の直線のグラフ」というところまで学ぶ。

②更に、中学2年次には、 $ax + by + c = 0$ という2元1次方程式について、 x の値に対応する y の値を調べ、点をプロットすることで、直線ができあがることを学ぶ。すなわち、1次方程式を1次関数の式とみてグラフを描くことで、方程式の解を求めたり、図形の問題への応用などがなされる。この内容が本時の単元に結び付いている。

(2) 学習指導要領による指導目標

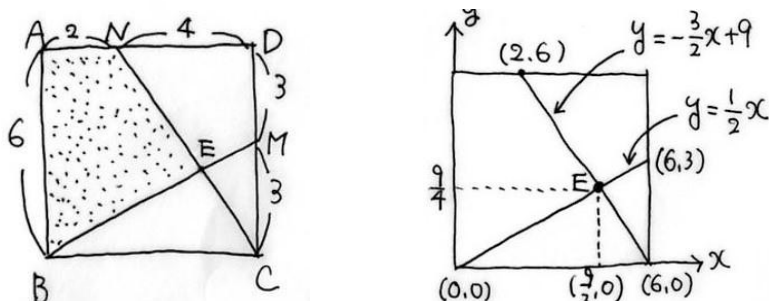
学習指導要領では、(1)②で述べた内容を発展させ、「すべての直線が二元一次方程式で表されることの理解を深め、二直線が平行であるための条件や垂直であるための条件を調べる。点と直線の距離を調べたり、方程式を使って、三角形や四角形の性質を証明したりすることも考えられる」とある。すなわち、中学での既習事項を踏まえた上で、その内容を発展させていく立場で授業を行うことが望まれている。

(3) 教材観

(2)で述べたように、本時で扱う直線の方程式は、1次関数的な捉えではなく、点の集合（あるいは軌跡）として「図形の方程式」という括りで扱われている。このことから、将来的には、座標を用いた解析幾何の方法で図形の問題を処理することに、直線の方程式の良さが示されることが期待される。

例えば、下図（左）において、打点部分の面積を求めるには、初等幾何的には「うまい補助線」などのアイデアが浮かばないと解くことが難しい。

しかし、座標を入れた、解析幾何的手法で考えていくと、特別なヒラメキがなくても、代数計算の世界に持ち込んで「手の運動」で解決することができる（下図右）。



(右図：台形 ABCN の面積から三角形 BCE の面積を引けばよい)

解析幾何の創設者の一人として、フランスの数学者で哲学者でもあるルネ・デカルト (1596~1650) をあげることができる。いわゆるデカルト座標と解析幾何のおかげで、一

部の人間だけしか扱えなかった幾何の問題が広く一般人にも扱えるようになったことは、数学の歴史的成果として生徒に示しておくのも必要であろう。

しかし、確かに、図形の方程式として直線を扱うことの良さは認めつつも、私は、直線の方程式を決定する本時においては、一次関数的な、変化の概念を示すことを主眼として授業を展開していくべきと考える。

その理由として、本時で扱う直線の方程式、 $y - y_1 = m(x - x_1)$ は、数学Ⅱ第5章「微分と積分」における、接線の方程式につながる点をあげておく。この直線の方程式は微分の本質である $dy = f'(x)dx$ を局所差分化した式、つまり、曲線を一次近似しその性質を調べる「微分」を展望する式と考えることができるからである。

そこで、あくまでも、直線上の点 (x, y) に対して、 x の増分 $x - x_1$ と、 y の増分 $y - y_1$ が比例しているという立場で、直線の方程式を比例のイメージとともに定着させたい。そのことにより、「比例」と「微分」の橋渡しとして、つながりを持って直線の方程式を理解することができると思うのである。従って、本時では、傾きがない $x = x_1$ 型の直線の方程式には触れずに進めていくつもりである。

さて、中学2年の教科書を見てみよう。傾きと1点がわかっている場合の直線の方程式を次のような手順で求めている。

【点(3,2)を通り傾きが-2の直線の方程式】 (東京書籍)

傾きが-2であるから、この1次関数は $y = -2x + b$ という式になる。
グラフが(3,2)を通るから、上の式に $x = 3, y = 2$ を代入すると
 $2 = -2 \times 3 + b$ $b = 8$ 答 $y = -2x + 8$

このような代数計算的手法を用いれば、わざわざ $y - y_1 = m(x - x_1)$ 型の公式を使う必要はないとの指摘もあるだろう。しかし私は、上に述べたような理由から、本時においてはこのような解法を封印したい。

自然現象や社会現象を考察する態度として、あるいは、社会人として様々な問題を分析・批評する場合、基本的に微分の考えが非常に重要である。直線についても、単なる2点を結んでできる「まっすぐ」な線というイメージではなく、「1点を通りある方向に進む」こと、すなわち「現在の状態と今後の方向」という2つの要素から直線の方程式を分析していくことが、将来数学をより深く学ぶためにも、あるいは、社会の中で健全な批判力を備え、逞しく生き抜く人間を養成するためにも、そのように直線概念を指導していくことが必要であると思う。

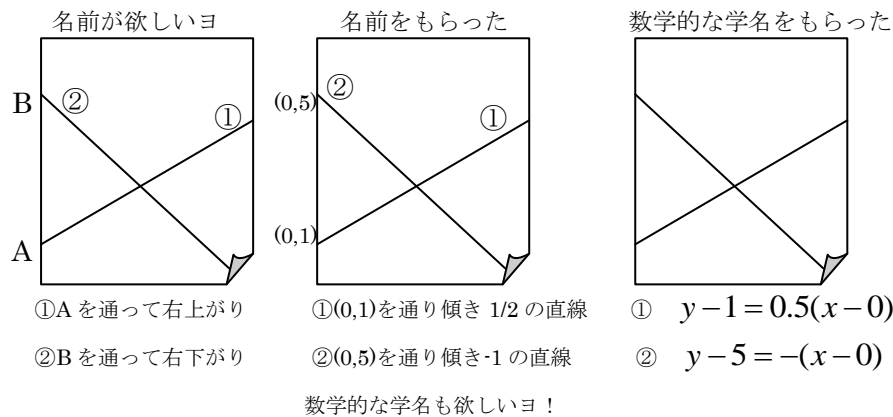
7 本時の目標と授業のアウトライン

(1) 本時の学習目標

「直線に名前をつけよう ～世界中の人が納得し、活用できるように～」

本時は、直線の方程式 $y - y_1 = m(x - x_1)$ 及び、 $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ を導くことが

主となる。そこで、直線の形を見て「性質を言葉で述べるネーミング」から出発し、「数学的対象として、分析できる式としてのネーミング」へと向かう。そのような観点から上記のような目標を設定した。



「直線のグラフの形」「グラフの性質」「グラフの式」の三者の関係が理解されることが本時のゴールである。

(2) 授業のアウトライン

① 導入

- ・自己紹介（何物にも名前がある。どのようにネーミングするか）
- ・本時の学習課題の提示
- ・中学で学んだ比例関数と1次関数を思い出す
- ・図形の構成要素としての直線（アルファベットの分類）
- ・直線の見方について（ある点を出発して、ある方向を持っている）

② 展開

- ・直線の方程式 $y - y_1 = m(x - x_1)$ を導く
- ・練習問題を行う
- ・傾きの式から、2点を通るタイプの式 $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ を導く
- ・練習問題を行う

③ まとめ

- ・ x, y についての方程式を立てることの意味
- ・2つの公式の確認
- ・傾きによる直線の比較（次時の予告）
- ・宿題の提示

9 評価規準

観点	概ね満足できる(B)	努力を要する生徒への支援
関心・意欲・態度	直線の方程式を学ぶ意義を理解し積極的に授業に参加している(観察)	声かけや、エンカレッジする発問や教具などを工夫する。
数学的な見方考え方	①1次関数のグラフ性質と、直線の方程式の意味が理解できる。(観察・発問) ②直線の方程式の公式を導く過程を理解し表現できる。(観察・発問)	生徒同士の教えあいなどを適宜取り入れる
直線の方程式を求める技能	①傾きと1点の座標が与えられた場合の直線の方程式を求めることができる。 ②2点を結ぶ直線の傾きが求められる。 ③2点の座標が与えられた場合の傾きが求められる。(ノート等)	ステップを踏んで解に辿りつけるように助言する。
直線や傾きについての知識・理解	①2つの公式の関係が理解できる。(観察・発問) ②傾きによる直線の比較や分析の仕方を理解している。(観察) ③退化型の直線の方程式が理解できる。(観察・発問)	教具などによりイメージ化を図る

10 本時の展開

	学習内容及び学習活動	指導上の留意点と評価●
導入 15分	<p>1 動機づけとテーマへの導入</p> <p>①自己紹介(名前をつけることの必要性について) ②直線とは何か(直線のイメージを作る活動) ③直線とは何か(中学での既習事項の確認)</p> <p>2 本時の学習課題の提示</p> <p>直線に名前をつけよう ～世界中の人が納得し、活用できるように～</p>	<p>① 紙芝居を用いて生徒の興味を喚起 ② アルファベットの分類、エアグラフ、出生率のグラフなどを用いて直線の見方を確認する。 ③ 比例関数と1次関数を板書</p> <p>何人かの生徒に任意の直線を板書させどんなことがわかるのかの考察を行う。</p>
展開 25分	<p>3 直線の方程式の公式を作る</p> $y - y_1 = m(x - x_1)$ <p>4 公式を用いて直線の方程式を決定する問題を解く</p> <p>5 2点を通る直線の傾きを求める</p> $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ <p>6 5の結果と3をあわせて、2点を通る直線の方程式を作る</p> <p>7 2点を通る直線の問題を解く</p>	<p>3 比例との関係を強調する。公式を、言葉で表現することでイメージをつかませる。</p> <p>4 教科書の練習問題に入る前に、黒板上で練習を繰り返し定着を図る ●練習問題をノートに解答(技能)</p> <p>5 具体例で説明する。 ここではy軸に平行な直線は触れない</p> <p>6 3と5の考えによることを強調 7 ●練習問題をノートに解答(技能)</p>
まとめ 10分	<p>8 学習のまとめ</p> <p>①式を作ることの意味が理解できたか ②直線の方程式を理解できたか。 ③傾きによる直線の比較(次時の予告)</p>	<p>① 本時の授業の流れをREVIEWする ② 2つの公式をもう一度確認する ③ 教具により生徒の興味を喚起する ※ ●自己評価・授業評価を記入(関心・意欲・態度)</p>