ICME 9
TOKYO/MAKUHARI 2000
Japan Society of Mathematical Education
Private Postbox No.18, Koishikawa Post Office, Tokyo 112 Japan/phone(03)3946-2267/fax(03)3946-3736

28

テーマ：全微分可能とは

＝＝ 大学数学のかけ橋 ＝＝
Visual 版 ①

全微分可能とは

（点 P における接平面 π が作れる）曲面を図形で考える

$$f(p+h,\ q+k) - f(p,\ q) = h f_x(p,q) + k f_y(p,q) + \varepsilon(p,q) \quad \text{—}(*)$$

$f(p+h,q+k) - f(p,q)$ → RR_2

$hf_x(p,q)$ → QQ_1

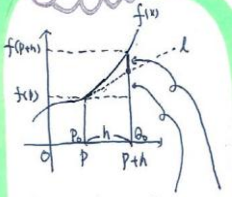
$kf_y(p,q)$ → SS_1

$\varepsilon(p,q)$ → R_1R_2

$$\lim_{(h,k)\to(0,0)} \frac{\varepsilon(p,q)}{\sqrt{h^2+k^2}} = 0$$

R₀をP₀に近づけていくと、曲面 f(x,y) は平面 π に近づくことを言っている

平面の場合は



$f(p+h) - f(p) = f'(p)\cdot h + \varepsilon(p)$

$Q_0 \to P_0$ とすると、$\varepsilon(p) \to 0$

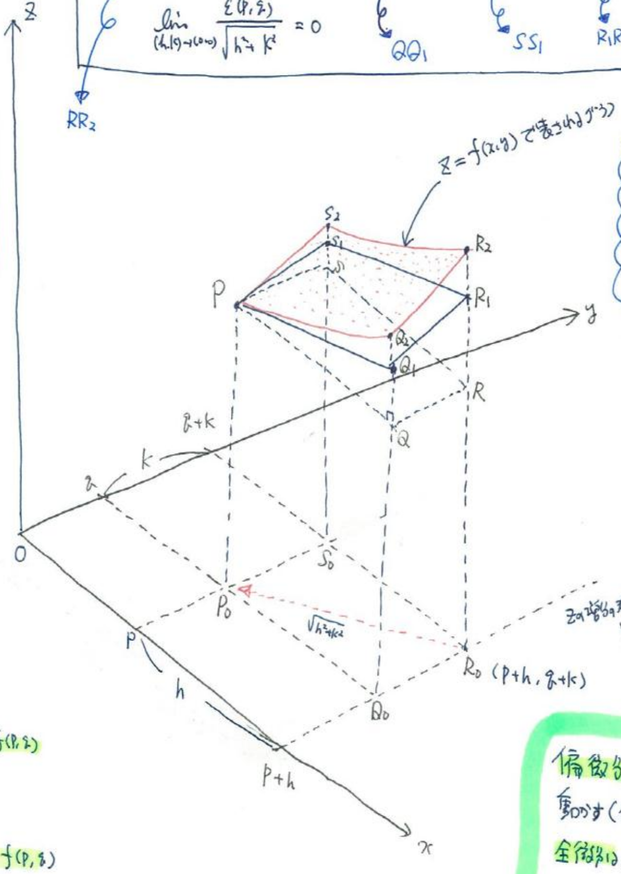
微分可能

Q_0をP_0に近づけていくと、曲線 $f(x)$ は直線（接線）l に近づく。

微分

$dy = f'(x)\,dx$

yの増分の近似



全微分

(*) から、

$$\Delta z = \Delta x\, f_x(p,q) + \Delta y\, f_y(p,q)$$

zの増分の近似

$$dz = f_x\,dx + f_y\,dy$$

偏微分とは、1つの変数だけを動かす（他は固定）のに対し、全微分は、すべての変数を動かしてある点に近づけていくのです。

$P(p,\ q,\ f(p,q))$

直線 PQ_1 の方程式 l_1

$l_1:\ z = f_x(p,q)(x-p) + f(p,q)$

直線 PS_1 の方程式 l_2

$l_2:\ z = f_y(p,q)(y-q) + f(p,q)$

平面 $PQ_1R_1S_1$ の方程式 π.

$\pi:\ a(x-p) + b(y-q) + (z-r) = 0 \quad (r = f(p,q))$

とおくと、$y = q$ のとき、l_1 と一致より

$a(x-p) + z - r = 0$

$\therefore\ a = -f_x(p,q)$

$x = p$ とおくと l_2 と一致より

$b(y-q) + z - r = 0 \quad \therefore\ b = -f_y(p,q)$

$\therefore\ \pi:\ -f_x(p,q)$

平面の方程式

$\therefore\ z - f(p,q) = f_x(p,q)(x-p) + f_y(p,q)(y-q)$ //

$x = p+h,\ y = q+k$ のとき

$z - f(p,q) = f_x(p,q)\,h + f_y(p,q)\,k$

$\therefore\ RR_1 = f_x(p,q)\cdot h + f_y(p,q)\cdot k$

Simomacci Presents.