

# 数学という名の自由の翼

第23回

2016年10月

## 深い学び



この原稿を書いているのは、6月上旬なのですが、この時点で文科省は、アクティブ・ラーニングを「主体的、対話的で、深い学び」と定義しています。

ここで、「深い学び」という言葉は、アクティブ・ラーニングが進展する中で、学校現場の教師から声高に提起されてきました。それは、生徒に活動させて楽しそうに見えるけれど、そこに「学び」はあるのか（活動ありて学びなし）、という指摘です。

そんな疑問や危機意識のようなものが、現場サイドから出始め、アクティブ・ラーニングはディープであるべきとの合意形成がなされていったのではないかと私は推察しています。

では、「深い学び」とはどのようなものなのでしょうか。私は、ディープを叫ぶ人たちの言葉に耳を傾けたとき、3つのことが気になりました。

一つは、大学入試や模擬試験の偏差値に評価軸を求めてディープを語っていること。二つ目は、基礎・基本に習熟した先に、初めて「深い学び」が起きると考えていること。そして、三つ目は、実は、生徒が主役になるような楽しい授業を、心の中で面白くないとするメンタリティが働いていること、です。

大分昔の話なのですが、「数学教室」2006年9月号に、某数学者がこんなことを書かれていました。

日本では、「入試が学校教育を歪める悪の根本である」といった、筆者から見ればあまりに気楽な責任転嫁がいまだに盛んなようである。「15の春を泣かせるな」は古すぎるキャッチコピーかもしれないが、小学校の運動会でも100m走などの実施状況の話を見ると、「冷酷な競争原理をできるだけやわらげることが人間的な教育の要である」といわんばかりの“セ

ンチメンタルな人間愛”が何の疑いもなく教育の中心に鎮座しているようである。1次元的に計られる傾向のある<能力差>という言葉を嫌い、「興味、関心、意欲、態度」のように評価軸を“高次元化”することによって、能力差による「非人間的な冷たい関係」が学校に入ってくるのを回避する小細工？ばかりに熱心である。

皆さんどう思われますか。アクティブ・ラーニング（やその言葉の流行）を訝しく思う人たちや反対する人たちは、もしかしたら彼の意見に快哉を叫ぶのでしょうか。私は、ちょっと違うんじゃないかなあとと思う者ですが。

私は「深い学び」とは、競争や、大学入試や、偏差値などを基準として掲げるものではないと思います。むしろ、「興味、関心、意欲、態度」という部分にリーチしてこそ深く、クリエイティブな学びになるのではないかと考えています。

私が考える「深い学び」を導くキーワードとして以下の3点をあげておきます。

### 1 モチベーションとインタレスト 注1

やる気と興味を喚起するような教材を工夫する。興味関心が増幅することで、自ら発展的に学ぶ態度が育まれる。

### 2 有用性と活用

現在習っていることが、自然現象や社会現象に現れていることを示す。また、数学が社会の中で役に立つこと、数学の良さを伝える。

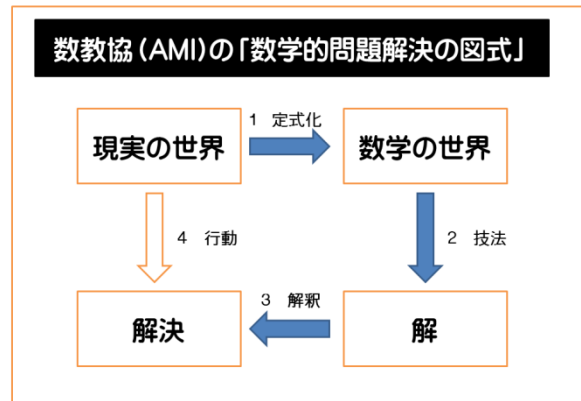
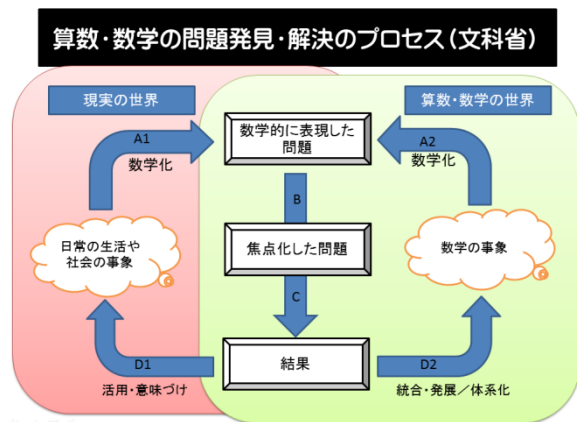
### 3 つながりと発展性

現在学んでいる内容と、小中で学んだ既習事項とのつながりを示す。また、それがどのように応用さ

れるかという発展的な学びを展望する。更に、歴史的な背景を垣間見せること、他教科の内容との関連を示すこと、別解を考えたり、断片的な知識を構成して新しい知見やアイデアを生み出すことなどが考えられる。

ここで、AMIの活動に目を向けてみます。例えば教具は、モチベーションとインタレストを高め、「数学的概念を見える化」注2し「深い学び」につなげるアイテムといえるでしょう。

また、現在、文科省が提示している「算数・数学の問題発見・解決のプロセス」は、AMIが古くから提唱している「数学的問題解決の図式（銀林ダイヤグラム）」が先行例と言えます。



そして、教師が「深い学び」を提供するために必要なのは、校種や職種を超えたサークル活動の存在ではないかと思っています。

このように考えたとき、AMIのこれまでの理念や、それに基づく実践は、まさに、「主体的、対話的で、深い学び」なのではないかと思っています。

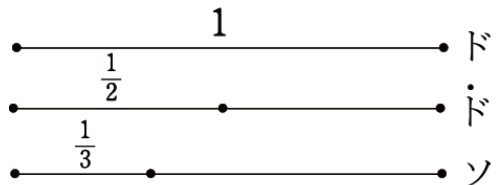
では、このような観点に立ち、高校数学の図形と方程式の中に登場する「分点の座標」をテーマに、いくつかの展開例を紹介したいと思います。

### ■ 展開例1 (分点を考える意味)

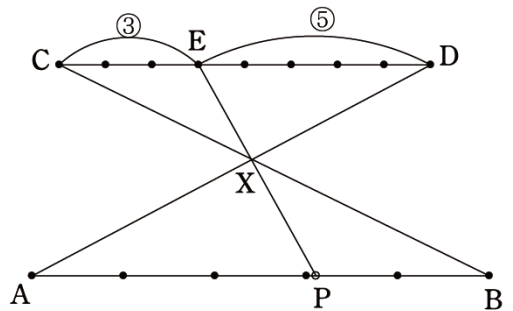
古代ギリシャ時代に、ピタゴラスがモノコード(一弦琴)を使って、調和する音階の線分比を求めた話は有名です。

彼は、弦を左から1:1の地点で押さえると、開放弦に対して1オクターブ高い音が出ること、左から1:2の内分点を押さえると5度の音が出て、それらはよく調和するということを調べました。(開放弦をドとすると、ドソドの和音が出てよく調和する)

音楽は数学の宝庫でもあるのですが、このような音階との話をしてみるのも分点を考える動機づけになるかもしれません。



### ■ 展開例2 (分点を決定する方法)



例えば、図において、ABを3:2に内分する点の座標は、全体が5等分されているので、すぐ求めることができます。では、ABを5:3に内分する点はどこにあるでしょうか。うまく作図できますか。例えば、図のように求めることができます。

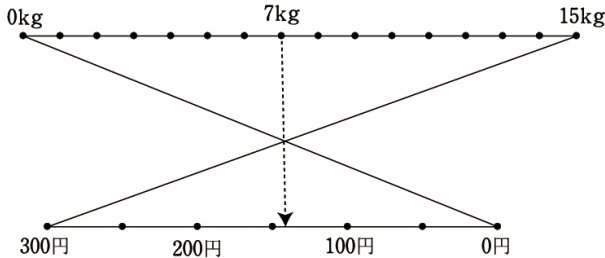
手順は次の通りです。

- (1) 8等分してある適当な長さの線分CDをABに平行にとる。AとD、BとCを結ぶ。
- (2)  $DE:EC=5:3$ となるようにEをとる

(3) 線分 AD, BC の交点 X と E を結び、その延長と AB が交わる点 P が AB を 5 : 3 に内分する点

この考えは、正比例関係にある2つの変量の一方から他方の値を求める速算法として使われます。

たとえば、15kg で 3,000 円のみかんがあるとき、7kg 買ったらいくら払うかというときに、下図のような図を用意して作図すると、すぐにどれくらいの値段かがわかります。



### ■ 展開例3 (生活の知恵)

線分比は正射影によって保存されることを、実生活と関連させた話題で考えてみます。

志望理由書を書かなければならなかったAさんは、6行分の罫線を引いておこうと思いましたが、しかし、縦の長さを測ると、5.1cm しかありません。どうすればよいでしょう。

正射影によって線分比は変わらないということを知っていたAさんは図のように定規を斜めにして6cmのところにあわせました。それを、適当な2箇所で行って、点を結んでいけば見事! 5等分されました。生活の知恵です。数学の有用性の一つの例証です。三角形のアフィン合同の話にも繋がります。



### ■ 展開例4 (ゴムの一樣伸縮性を利用した教具)

輪ゴムを何本か繋げただけのもの<sup>注3</sup>ですが、授業での効果は抜群です。写真では5本の輪ゴムを繋ぎ、3本目と4本目の繋ぎ目にクリップを付けています。ゴムは一樣に伸びることからつねにクリップの位置

は 3 : 2 をキープします。重心の位置の確認や、軌跡の方程式など、いろいろな応用が考えられます。



### ■ 展開例5 (食塩水の濃度)

食塩水の濃度を求める式はちょうど分点の座標を求める式と同じ形になります。これはモーメントの和の釣合いの問題と捉えてもよいと思います。

$a\%$  の食塩水  $n$  g と  $b\%$  の食塩水  $m$  g を混ぜたとき、 $x\%$  の食塩水ができたとする。

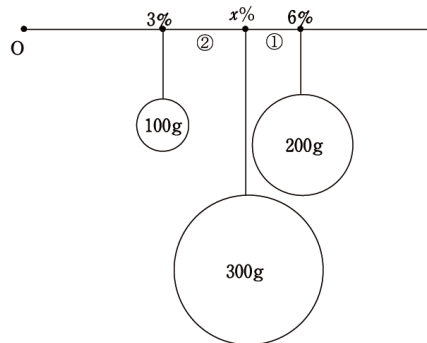
$$x = \frac{na + mb}{m + n} (\%)$$

3%の食塩水 100g と 6%の食塩水 200g を混ぜた場合。

モーメント「(腕の長さ) × 重さ」の釣合を考えると、

$$(100 + 200)x = 100 \times 3 + 200 \times 6$$

$$x = \frac{1 \times 3 + 2 \times 6}{1 + 2} = 5 (\%)$$



紙面が過ぎてしまいましたが、実践例はまだあります。錘を使って分点の位置を求める話、内分と外分を組み合わせ、調和点列や複比の考えを示し射影幾何を展望する話。等々。

「深い学び」とは、楽しい学びから「自由の翼」を手に入れることではないかと思います。

注1 伊藤潤一先生が授業開きで話されています。

注2 井ノ口順一先生 (筑波大) の受け売りです。

注3 「ザビエルのゴム」命名は伊藤潤一先生。