

# 数学という名の自由の翼

第19回

2016年6月

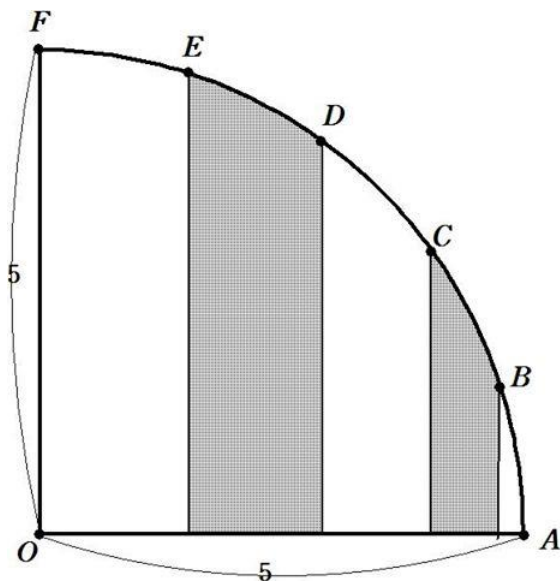
## SNSで世界を広げる



函館に西谷優一さんという方がいらっしゃいます。数学や物理に高い見識と卓越した指導力をお持ちの先生で、私は、以前から研究会などの場で、大変お世話になっておりました。

最近、彼は、フェイスブックで、学校種を超えた、シンプルで面白い数学の問題を提供されています。

先日、彼がフェイスブック上で、こんな問題を紹介していました。

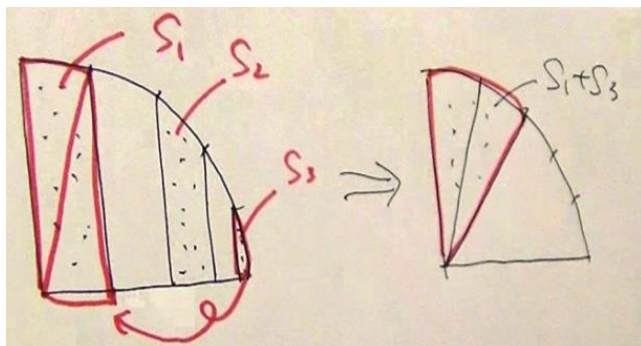


円弧は5等分されています。図で網掛け部分の面積を求めよ、という問題です。

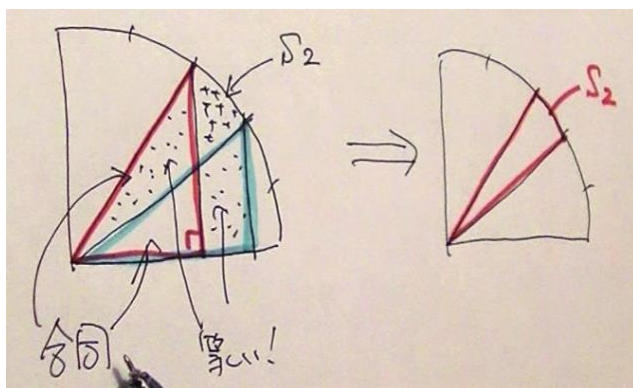
かなりハマってしまいました。ここで、皆さんもじっくり考えてみて下さい。中学校程度の知識でいけます。

私は、考えた末、余った方の図形の面積を考えることで、何とか答えを求めました。

【私の解答のラフスケッチ】



$$S_1 + S_3 = 5^2 \times \pi \times \frac{2}{20} = \frac{5}{2}\pi$$

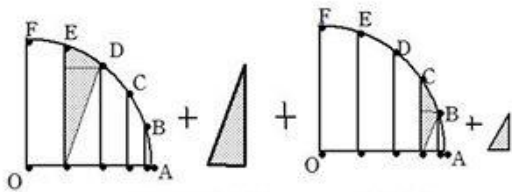


$$S_2 = 5^2 \times \pi \times \frac{1}{20} = \frac{5}{4}\pi$$

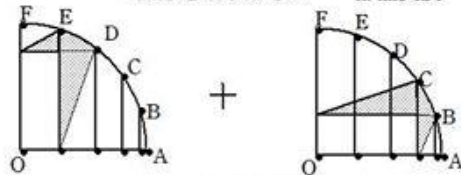
よって、求める図形は、全体から  $S_1 + S_2 + S_3$  を引けばよい。

その後、西谷さんのフェイスブックには、西谷さんと、はこだて未来大学教授である高村博之先生の解答が紹介されていました。

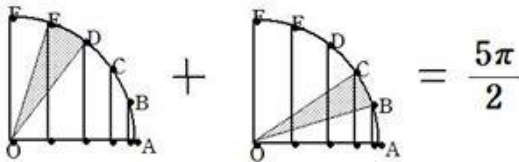
では、まず、西谷さんの解答を紹介しましょう。(図は6月11日付西谷さんのフェイスブックより)



三角形を切り離して 部品交換

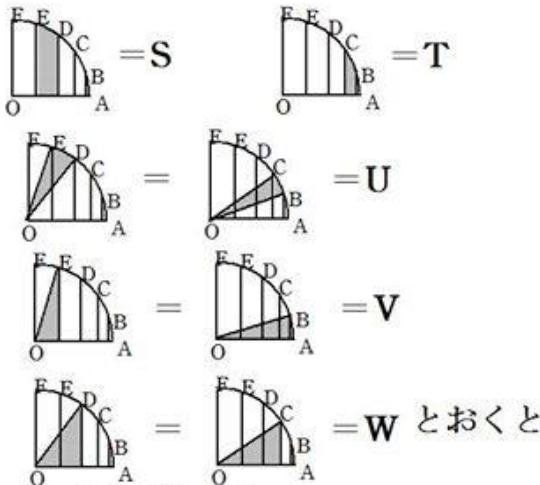


それぞれ等積変形して



図形を断割りし、移動し、等積変形するだけという、見事なまでにシンプルで美しい解決です！まるでマジックですね。感動しました。

そして、高村さんの解答はこれです。  
(図は6月12日付西谷さんのフェイスブックより)



$$S = U + W - V$$

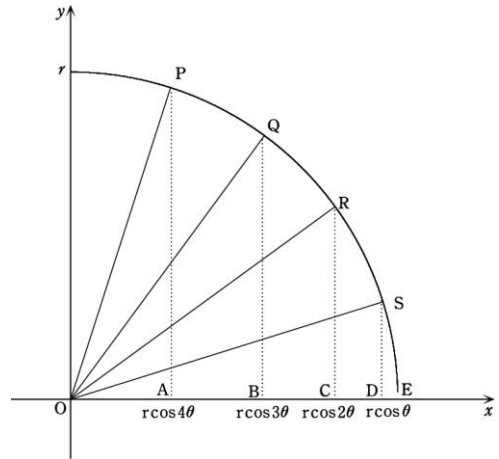
$$T = U + V - W$$

$$\therefore S + T = 2U = \frac{5\pi}{2}$$

これも見事というほかありませんね。  
さて、私は、高村さんの解答を見て、ハタと気づいたことがありました。

実は、最初、この問題を解くアイデアが浮かばず、ズルをして、定積分を使って、以下のように答えを先回りして求めていました。

( $\theta = \frac{\pi}{10}$ 、また、公式としてわかり易く見えるように、半径を  $r$  にします)



$$S = \int_{r \cos 4\theta}^{r \cos 3\theta} \sqrt{r^2 - x^2} dx + \int_{r \cos 2\theta}^{r \cos \theta} \sqrt{r^2 - x^2} dx$$

$x = r \cos t$  とおくと

$$dx = -r \sin t dt$$

$$S = \int_{4\theta}^{3\theta} -r^2 \sin^2 t dt + \int_{2\theta}^{\theta} -r^2 \sin^2 t dt$$

$$= r^2 \int_{4\theta}^{3\theta} \frac{\cos 2t - 1}{2} dt + \int_{2\theta}^{\theta} \frac{\cos 2t - 1}{2} dt$$

$$= r^2 \left[ \frac{1}{4} \sin 2t - \frac{1}{2} t \right]_{4\theta}^{3\theta} + r^2 \left[ \frac{1}{4} \sin 2t - \frac{1}{2} t \right]_{2\theta}^{\theta}$$

$$= r^2 \left[ \frac{1}{2} \sin t \cos t - \frac{1}{2} t \right]_{4\theta}^{3\theta} + r^2 \left[ \frac{1}{2} \sin t \cos t - \frac{1}{2} t \right]_{2\theta}^{\theta}$$

$$= \frac{1}{2} r^2 \theta + \frac{1}{2} r^2 \sin 3\theta \cos 3\theta - \frac{1}{2} r^2 \sin 4\theta \cos 4\theta \quad \text{※1}$$

$$+ \frac{1}{2} r^2 \theta + \frac{1}{2} r^2 \sin \theta \cos \theta - \frac{1}{2} r^2 \sin 2\theta \cos 2\theta \quad \text{※2}$$

$$= r^2 \theta = \frac{\pi r^2}{10}$$

( $\sin 3\theta = \cos 2\theta$ ,  $\sin \theta = \cos 4\theta$  などに注意)

さて、ここで、上の、※1の部分の式に注目して下さい。この式は、

図形 ABQP = 扇形 OPQ + ΔOBQ - ΔOAP  
を表しているではありませんか！

そして、※2も、

図形 CDSR = 扇形 ORS + ΔODS - ΔOCR  
を表す式です。

そして、ΔOBQ ≡ ΔOCR, ΔOAP ≡ ΔODS なので、求める図形 = 扇形 OPQ × 2 が示されるわ

けです。

何とこれは、高村さんの解答そのままではありませんか！

定積分の式の中に、図形的意味が込められているということに、あらためて感動。小中高の算数・数学が繋がった！と、思わず微笑んでしまいました。

ヒラメキやアイデアが無くて、定積分を使ってごしごし計算すれば、解答に辿りつくことができます。このように、先人たちが歴史の中で生み出してきたスペシャルな数学的手法を駆使すれば、ある意味、思考停止し、意味を捨て去っても答に辿りつく。これは数学の一つの良さでしょう。

でも、私は、こんな風に、一見無味乾燥ともいえる数式に潜んでいる隠れた声を聞いてみるというような、遊び心も時には必要かと思うのです。

それは、教師が示した解法をマネて、ひたすら「手の運動」だけで、問題演習を繰り返すような活動を数学だと思っている人たちに、軽い衝撃を与え、そして、もしかしたら、立ち止まって「思考する」ことの面白さ、数学を楽しむ心が芽生えるかもしれないと思うからです。

---

さて、今回は、フェイスブックを利用することで、岩手と函館で、同時進行で、3人がいろいろなアイデアを出し合い、一つの結論に達することができたという話をしました。いってみれば、SNS や ICT 機器は、世界を飛び回る「数学という名の自由の翼」なのかもしれませんね。

既に手垢にまみれた言葉ではありますが、現代は、高度接続社会とか知識基盤社会などといわれています。それは ICT 機器の発展がイノベーションをもたらす社会という側面もあるでしょう。例えば、今や、アフリカ、アジアなどの開発途上国といわれる国でも、タブレット端末とネットワーク環境一つで、高度な知識を獲得し、SNS によって、様々な知見をグローバルなレベルで共有し、新しい価値を生みだしている状況が見られます。つまり、ICT は、国境や、教育環境格差を乗り越える武器ともいえます。

ところが、学校現場では、ICT や SNS の活用がなかなか進展していない現状があります。それは、学校現場において、それらの負の部分についてはかりが強調され、積極的に活用することに弱腰になっているからではないかと思います。もちろん、スマホや SNS への過度の依存、ネット絡みのいじめ、悪徳サイトへの誘導や詐欺被害などが頻発しているという背景は無視できません。

しかし、だからといって、これらを教育問題のスケープゴートにすることで、教育の発展が阻害されているとすれば、それは残念なことでもあります。

教育現場には、有能な女性教師が多いのですが、出産や育児によって、休職や退職を余儀なくされ、復帰後、現場で能力を十分発揮できない状況に置かれるケースもあります。そのような中、ICT や SNS は女性が活躍するチャンスを飛躍的に増加させるためのツールとしても大きな意義があると思います。

つまり、このような女性の支援を含め、過疎地や高齢者の多い地域、また、病弱、障害を持つ人々などの「社会的弱者」に対して恩恵をもたらすことが ICT・SNS の根本的な意義であると思います。

今、私が住んでいる、大野という地もまた、高齢化の進む過疎の山村であります。そして、大野高校も今や存続が危ぶまれる小規模校です。でも、そこで行われている、地域ぐるみの教育は、それは素晴らしいものがたくさんあります。そんな取組みを更に活性化させ、発信し、持続させるために、ICT や SNS を効果的に利用し、未来型の「学び」プロジェクトを模索したい。そして、世代や空間を乗り越えた共同体を形成してみたい。そんな絵空事のようなことは、「現実」を考えれば無謀なのかもしれません。でも、地域の学校である大野高校が無くなることは、そこに住む人々にとっても死活問題なのです。そういう中であればこそ、様々な工夫を凝らし、大胆な改革もできよう。そして、それが、そう遠くない将来に、日本が直面するはずの、超少子化高齢化社会での新しい学びを提供する一歩になるのなら、喜んでその改革の旗を振り続けたい。