

数学という名の自由の翼

第7回 2014年10月

なぜ数学を学ぶかを語る前に



教師は、時に、「なぜ数学を学ぶか」という質問を生徒に発する。しかし、それに対して、こちらが期待する芳しい答えが返ってくることは少ない。そこで勢い、一方的に数学の有用性などを説いてしまう。

いくら有用性を強調しても、だからといって数学に対する取組み方が一変するわけではない。

私は、最近、「なぜ学ぶか」を問う前に「その学ぶべき数学とは何か」「どのような態度で学ぶか」ということを問う必要があるのではないかと思っている。

なぜなら、「なぜ数学を学ぶか」と問われても、問われている生徒にとっての「数学」の捉え方が個々に違うと思うからである。

例えば、問題演習を中心とした授業を行い、試験の点数を上げることこそがすべてだと内心思っている教師から数学を学んできた生徒は、そのような数学観が植えつけられているだろう。だから、なぜ数学を学ぶかと問われれば、彼は「テストのため」と答えるしかない。

今回は、2つの実践例から、生徒にとって数学は「どのように学ぶべきか」という、数学を学ぶ態度という点にスポットを当てて述べてみたい。

1 中学校の授業で

以前、八戸のある中学校で出前授業を行ったことがあった。冒頭に、中学校で学んでいる数学はどんなことに役立っているかという質問をしたところ、ほぼ全員が「数学はつり銭計算のときに役に立つ」といいやがった！

私は、指名する生徒が次から次に「数学はつり銭計算」というので、愕然として、しばし絶句してしまった。そうかよ。君たちにとって、数学はつり銭

計算だったのかよ。

実際の授業では、自然界に潜む数学や、地震の震源地を「方べきの定理」で求める方法などを行う準備していたのだが、最早それどころではないそと気持ちを切り変えた。

そして、思い切って授業の内容を変更して、つり銭計算の話をすることにした。

「じゃあみんな、聞かよ。八戸一郎君が100円を持って、買い物に行き、30円の消しゴムを1個買ったそうです。お釣りはいくらでしょう」

こんな質問をする。思った通り、どの生徒に聞いても70円という答えが返ってきた。

「どうして70円なの？」と問いただすと、「あたりまえじゃん」という顔をして、「 $100 - 70 = 30$ 」という計算式が返ってきた。

私は「フッフ」と、ほくそ笑んだ。よしこれで授業はうまくいきそうだ。

「いいかい。良く聞けよ。一郎君は100円を持っていったんだぜ。100円だけ。」と強調する。

皆不思議な顔をしていたが、隣同士で話し合わせると、気づく子どもたちが出現する。

遂に、ある生徒が発表してくれた。

「一郎君は100円を持っているんだけど、それは100円玉とは言っていない」

そう。これがこの問題の肝である。

ということで、今度はグループを作って、考えさせる。すると、予想通り次のような解答が出てくる。

- ① 100円玉で支払った場合 釣り70円
- ② 50円玉で支払った場合 釣り20円

③ 10円玉で支払った場合 釣り0円

$100 - 30 = 70$ なんて計算は数学のほんの一部。大切なことは、君たちが行ったように、①②③のような場合に分けて整理して考えること。そして、場面や状況を考えて、ある条件の下でどういう結果がでるのかを考えること。これが数学なんだ。という話に持っていくことができた。めでたしめでたし。

さて、この後、100円を持って買い物に行き、26円の商品を買った時のお釣りについて考えさせたのだが、読者の皆さんはどう答えますか？

普通は、0円、4円（10円玉3枚）、24円（50円玉）、74円（100円玉）なのだろうが、ある生徒が、5円の場合もあると主張した。

つまり、31円を払ったというわけである。ナルホドそれはある。1円玉が不要な時とか、5円玉を集めている（なぜ！）時などは、敢えてそのような支払いも可能だ。というか、むしろ現実的である。

であれば、例えば、10円玉が無くて、50円玉と1円玉や5円玉があるときは、50円玉を出すのではなく、56円を支払った方が、つり銭が30円となりスッキリする。たかがつり銭計算だが奥は深い。

このように、机上での数学が、現実の世界とリンクして語られることも、数学を学ぶ上で大切なことである。

この授業は、生徒の「数学はつり銭計算」発言に端を発して、私の方で仕掛けたものだったが、まさか、このように発展するとは思わなかった。

私はこの授業を通して3つの事を感じた。

一つは、数学とは、単なる計算だということが、学校教育の中で、子どもたちに、嫌というほど叩き込まれているのだなあということ。

そして、数学を学ぶ態度とは「考えることの楽しさ」を経験し、互いの考えを発信しあい、共有することだということ。

更に、授業は生き物であり、教師のシナリオ通りに進められるものではないということも実感した。

2 紙テープのリングを切る

次に、以前行った紙テープ切りの実践を基に、数学を学ぶ態度という視点に立って、以下に、授業風にリメイクしてみる。

● 普通にリングを切る



紙テープでリングを作ります。写真の矢印のセンターラインに沿って、1周分ハサミを入れてみます。どうなるでしょうか。



同じリングが2個に分裂しました。あたりまえですね。

● メビウスの帯

では、次に、紙テープでリングをつくる時に、半ひねりして糊付けしましょう。

これも、先ほどと同様、センターラインを切り込んでいきましょう。



面白いことに、輪は2つに分かれずに、1つのリングになっています。不思議ですね。

「センターラインに沿って切る」という操作は固定して、「ひねる」という操作を加えたことで、変化が起きました。

このように、条件を固定したり、変化させながら、結論がどう変わるかを調べることは、数学を行う一つの態度ですね。

そして、「不思議に思う」「面白い」「なぜ、と考える」これも数学を学ぶ態度ではないかと思えます。

更に、「半回転ではなく1回転ひねったらどうなるだろう」「2回転ではどうなるだろう」と発展的に考え、「n回転でどうなるか一般化してみよう」というところにたどり着けば最高ですね。数学とはこのようなことだとすれば、日常のあちらこちらに数学は転がっているといってもいいでしょう。

いや、そのような何気ないものに、息を吹き込むのが「数学をする」ということなのかもしれません。

● 2つのリングを接続する

さて、では、このリングを2つ接続して、 ∞ のようなものを作ります。これも、センターラインに沿って切ってみます。



同じものが2個できました。あたりまえですね。これは、面白味もないし、驚きもありません。

数学の授業で、先生が例題を説明し、その後、その問題の数値を適当にいじって演習問題を繰り返したただマルバツをつけているのは、これと同じようなものです。数学をしている時間とは言えません。

では、このリングを、今度は、直交するように糊付けしてみましよう。



同様にセンターを切っていきます。



おっと、その前に自分の頭の中でどうなるか考えてから行動してみましょう。

.....



綺麗な正方形が生まれました。「思った通りだ」「考えたことが検証できた」と思えばしめたもの。

「えっ何で?」と思った人は、自分で作って実験して納得しよう。

更に、今度は、そのリングの個数を3個、4個と増やせばどうなるか、直交ではなく、ある角度で接着すればどうなるかなど、考えることはいくらでもできます。

いつでもどんなときでも、数学する対象はそこにあり、そして、「考える」という行為さえあれば、数学を始めることができるのです。

以上、生徒に対する「数学を学ぶ態度」という視点で述べてきた。実は、そのことと、教師の「数学を指導する態度」とは表裏一体、同じ構造であることを、最後に私は力説したい。