

数学という名の自由の翼

第6回 2014年9月

黄金比と数学教師の立ち位置



この連載を読んでいる100万読者!の方々は、恐らく「黄金比」について一言お持ちなのではないかと思う。

かのヨハネス・ケプラーは「幾何学には大きな宝がふたつあり、一つはピタゴラスの定理(金塊)で、もうひとつは黄金比(宝石)である」といったとか。

黄金比は、名刺や、新書版の縦横の比、ミロのヴィーナス像などの芸術作品、パルテノン神殿などの建造物、花卉などの自然界にも表れるともいわれている(らしい)。

私は、かつて、人間の顔にも黄金比が現れているという授業をしたことがある。



では、ちょっと試してみよう。今回は、許諾を得て、数教協委員長である伊藤潤一先生の端正な顔を拝借する。今、黄金比を

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \doteq 1.618 \dots$$

とする。

顎から口までの長さを1と見ると、顎から鼻まで、顎から目までの長さに、見事 ϕ 、 ϕ^2 が当てはまっている。

つまり、

口まで：鼻まで＝鼻まで：目まで＝1： ϕ

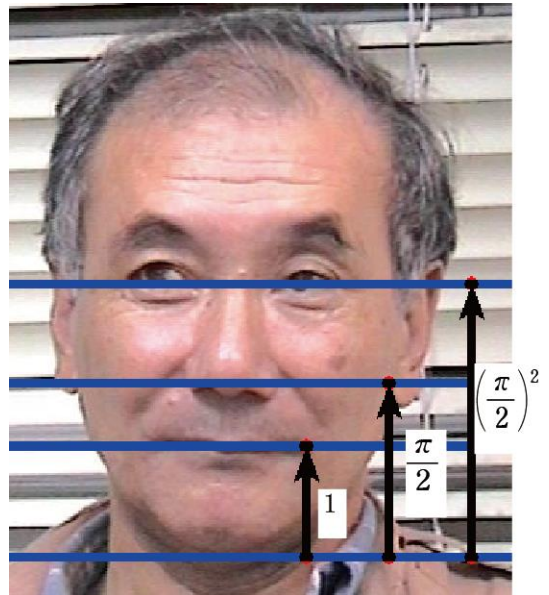
であることがわかった！黄金比って凄い！

しかし、である。私はそこで立ち止まらずを得な

い。確かに、自然界や人間の顔にまでも黄金比が潜んでいるというのは興味深い。そして、数学の嫌いな生徒に興味を喚起するためにはとても面白い題材でもある。事実私もそのような視点で授業を行った。

しかし、数学の持つ論理的な思考力・判断力、批判的な分析力という観点から見たとき、この話にはとても看過できない問題が潜んでいると思うのだ。

もう一度伊藤先生の顔に登場いただき(伊藤先生すみません)、黄金比 ϕ の代わりに、今度は円周率の半分 $\frac{\pi}{2}$ をあててみよう。



何と！こちらもぴったり一致するではないか。すると、話としてはむしろこちらの方が面白い。

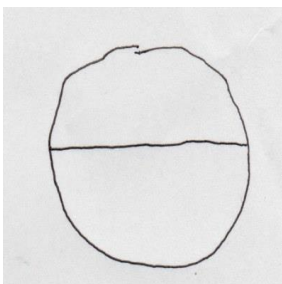
「人間の顔には、円周率 π が潜んでいる。これは人類がもともと球形の頭であったことの名残なのである」なんちゃって。

自然現象や社会現象の中に数学が現れているということは、生徒に繰り返し伝えていくべきではある。

しかし、イノセントな子どもたちを、数学という得体の知れないマントを纏って騙すことは罪である。

ご存知の方も多いと思うが、超ベストセラー「神々の指紋（グラハム・ハンコック）」という本の中に、ピラミッドの中に円周率が潜んでいるという記述がある。著者によると、地上から頂上までの高さ（146.7m）と、地上における建造物周辺の長さ（921.44m）の比率は、円の半径と円周の比率 2π となることが述べられている。彼はそこから、「このような数学的に精密な相互関係が偶然生まれるとはとても思えない。したがって大ピラミッドの建設者たちは π について大変詳しく、意識的にこの数値を建造物の寸法に使用したに違いない」と結ぶ。

私は、ここまで読んでひっくり返ってしまった。だって、この話は、例えば3歳の子どもが図のような絵を描いたとき、「図の周囲の長さを調べると



23.40cm、一方線分の長さを調べると、7.45cm。この比率をしらべると3.14、 π である。つまり、この子は3歳でありなが

ら、意識的に π を使用してこの図を描いたのである！」といっているのと同じだからである。

単にこの子は、マルが描けるようになっただけ。

ピラミッドにしても、通常、地上で直線を引くときは、車輪を作って、車輪の回転数を距離と見て長さを決めていくのが自然な発想である。一方高さの方は、車輪では測れないので、レンガ何個分などとするから、もし、車輪の半径と、レンガの高さが同一ならば、比を取ると π が残るのは当然である。

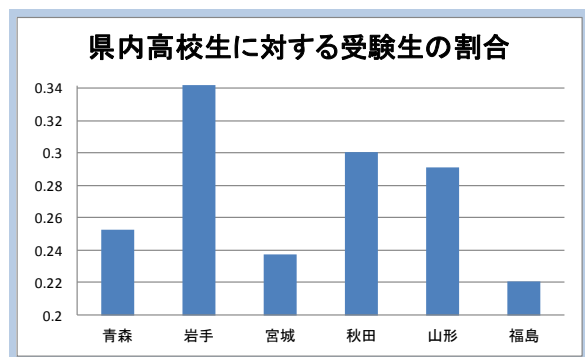
π は円を描けばいつでもそこに存在する事実である。でもその存在は誰かによって「発見」され、初めて「数学という名の自由の翼」によって息が吹き込まれるということである。

「神々の指紋」の著者は、ひっかけようとして、こんなロジックを持ち出したのか、または、本当にそう思っていたのかはわからない。いずれにせよ、

それを真に受けた人たちによって、この本はバカ売れしたことは事実である。（もちろん読み物としてはとっても面白いですよ）

さて、そんな偉そうなことを言っている私も、一つ懺悔しなければならない。 $m(_)m$ ちょっと騙してしまいました。

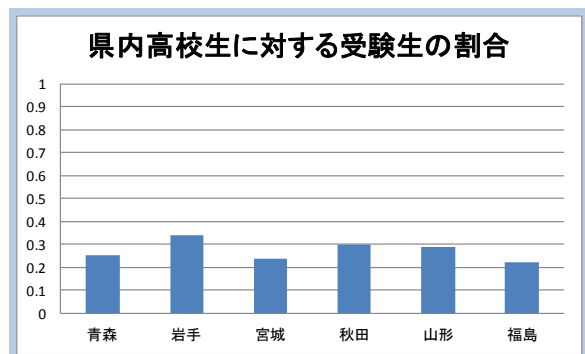
岩手県のセンター試験の平均点が他県に比べても低かったのが悔しくて、東北各県の、県内の高校3年生の人数に対するセンター試験受験生の割合について調べて、こんなグラフを作ったことがある。



「ほら、見てください。岩手は、受験した生徒がみんな正直に報告しているから、平均点も低いのです」などといしながら。

見た人はナルホド随分違うんだねえなどと納得してくれたのだが、実はこれにはカラクリがある。

本当は百分率なので、縦軸を0~1とすべきところを、0.2~0.34という狭いレンジでの棒グラフにしているのだ。実際は、下図のようになるのだが、これでは、あまり他を説得するグラフにならないので、敢えて「頭と足を切った」のである。



この程度ならば、騙すといっても、まだカワイイ方である（自分で言うのもなんだが）。

「数学教室」の、秋葉忠利先生の連載「The Better Angles」2013年1月号「嘘と大嘘とデマカセ」は非常に面白かった。九州電力が、日々公表してきた「でんき予報」では、2012年の7月から8月の電力の需要率が、毎日80%を越え、時に90%を越える日もあったことを伝えている。

例えば電力会社側が「今日は、電力の需要が93%に達しました。100%に近づいています」と訴える。それは「もっと節電しないと、計画停電をする他ありません」という警句であろう。もしかしたら、「だから、原子力発電は必要なのです」と誘導しようとしているのかもしれない。

ところが、秋葉氏の記事によると、この需要率の分母は、九州電力側が毎日設定する可変な値であるというのである。つまり、電力側が供給可能な最大電力量（一定値）を分母とするのではなく、その日その日に応じて、今日の供給電力量はいくつにしましょうと毎日変えているということだ。それならば、実際の需要値を予測して、その値を目指して供給の量を調節すれば、需要率100%に近づくのは当たり前である。こんなロジックに煽られて、市民が健気に節電したり、原発を容認する方向に世論形成されていくとすれば、これは大きな罪ではないだろうか。

秋葉氏は、彼の連載を通して、我々が数学の力によって、クリティカルな目を持つことの大切さを示してくれている。

私たちは、数学を指導するものとして、真実の側に立つことはもちろんであるが、時には、「宇宙や自然界や、人の顔までにも黄金比が潜んでいて、その値は2次方程式によって求められる」などというように、多少は真実を曲げたり、誇張したり、ハッタリをかましたりすることも許されるだろう。それは数学の裾野を広げ、数学嫌いを無くしていこうという真っ当な試みと思うからである。しかし、人を欺いたり、騙したり、世論操作や自分の金儲けのために数学が悪用されるのは許されない罪である。

言い方を変えると、社会の中で、そんな罠にひっかからないような賢い市民になるためにも、単に問題を解くだけの数学ではなく、「数学という名の自由の翼」を手に入れる必要があるのだと思う。

話が堅くなってしまったので、最後に、黄金比に因んだオマケの話題を一つ。（尚、この話は高田崇史の「試験に出るパズル」に出てくる問題を参考にしたが、その本によると、吉村明・芦ヶ原伸之氏が原作であると書かれている）

黄金色に輝くウイスキー。その水割りの、ウイスキーと水の比率を考えてみよう。

今、ウイスキーの量をW、水の量をMとする。「ウイスキーの水割りとはウイスキーに水を足すこと」つまり、「ウイスキーを水で割ることは、ウイスキーに水を足すことと同じ」であるから、

$$W \div M = W + M$$

という式が生ずる（よね）。

式を変形すると、

$M^2 + WM - W = 0$ というMについての2次方程式ができる。ここで、簡単のために $W = 1$ とすると、

$$M^2 + M - 1 = 0$$

これを解いて、 $M = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

つまり、 $W : M = 1 : \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

ここでMの方を1とすると、

$$W : M = \frac{2}{-1 + \sqrt{5}} : 1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} : 1$$

つまり、ウイスキーの水割りの水に対するウイスキーの比率は、黄金比であることがわかった！

こんな話をクソ真面目にしたりする。

「本当か」「そんなバカな」など真に受ける人はいないだろう（いたりして）。

こんな他愛もないウソならきっと笑って許される。そして数学にちょっと興味を持ってくれる。かも。