

54 コンピュータを授業に用いる

単元等 指導法・授業技術 (コンピュータ)

◆Contents

- ・ 授業でコンピュータを使うことの良さ
- ・ PC を使いながら良い学習ができるポイント

1 授業の内容

- (1) 基礎力確認の演習
- (2) パソコンを用いての余弦定理の説明
- (3) プリントによる余弦定理の問題演習

2 授業を見ての所感

先日は個別訪問での授業ありがとうございました。授業の冒頭に、計算力をつけるための計算ドリル(整数の四則演算～2次方程式)を行っていましたが、特に受験に数学を使わない生徒たちだからこそ、今の時期に基礎を身につけさせた上で社会に送り出したいという先生の考えはとても素晴らしいと思います。

進路がすでに決定している生徒や、数学の問題を解く技能や知識に困難をかかえている生徒たちも、一生懸命に取り組んでいて、とてもいい雰囲気での授業でした。支援員の先生との協力体制もよく取れていることにも感心しました。

そして、先生の面目躍如たるものが、自作の問題作成ソフト「荒行Ⅲ」ですね。このソフトはかなり本格的にできているので、今後多くの先生に活用される場面があるのではないかと思います。

是非、いろいろな場を捉えて、アピールして欲しいと思います。

先生には、ソフトウェアの開発と、それを授業でどう利用するかなど、数学科におけるコンピュータの活用についてのオーソリティーになって欲しいと感じております。

3 補足すること

私は、授業を行っていただいた先生に教材研究ネタなどを中心に、いくつかコメントをさせていただいておりました。

今回は、数学の授業におけるコンピュータの活用について述べたいと思います。

■ 授業でコンピュータを用いることの良さ

パソコンを含め ICT 機器は日進月歩で進化しているので、10 年も前の話になると、現在には当てはまらないものも多いかもしれません。

そこは承知の上ですが、1999 年に高教研数学部会の県大会で発表したレポート(授業はプレゼンだ)から、PC を活用する意義を述べた部分があるので、以下に紹介したいと思います。

<前略>特に進学指導に携わっていると、意味がわからないけれど答えは出せるとか、点数は良いが数学はわからない、という生徒が多くなっていることに気づく。それは、概念が十分に形成されないまま、問題解法技術の熟練を目指していることが原因の1つであると思う。つまり、現在の生徒たちにとって、数学は問題を解くこと、または解けるようになること、という捉え方が本質的になっているのではないかと思えるのである。

例えば、「公式を覚える」といえば、公式の暗記や運用ではなく、その概念の理解のはずだ。しかし、多くの生徒(あるいは教師も!)、概念を理解するという作業をとばしてしまう。そのことによって、すこし問題がひねってあると解けないとか、「手で自動的に解ける」問題以外はできない、ということが起こる。

マイケルファラデーは、「ある事実を自分自身で見たものでなければ、私は決して自分のものにできなかった^{注1}」ということを述べている。概念獲得の瞬間とは、その公式の持つ意味や法則が「見えた」ということであるだろうし、そして例えば、今までばらばらだと思っていたいくつかの事象が

「繋がった」とか「輪になった」と感じるときであらう。

しかし、ファラデーとは逆に「自分自身で見たこともないものを次々と自分のものになっている」というのが現実の一つの問題である。

さて、数学史をひもといてみると、ガリレオからニュートン、ライプニッツに至る、いわゆる微積分学成り立ちの経緯の中で、数学の質が変わってきた。それは、それまで学校では数学を、問題解法のスキルを磨くことに終始していたのに対し、ガリレオらは、数学の実用性、応用性に注目していったということである。^{注2}

そこで述べたいのは、数学の概念形成には、思考だけではなく、実験や観察という感覚知覚の活動が相互に絡み合う中で獲得されるのではないかということである。^{注3}概念の中にあるいくつかの対象を観察したり、動かしたりすることによって発見や納得が得られるということである。

とすれば、それを支援する強力なツールとしてコンピュータに注目したい。使い方を間違えなければ、コンピュータが単なる演算処理装置ではなく、授業をダイナミックに構成させる道具になり得るはずである。

これからの数学は、単に、問題が解けるようにすることとか、教科書の内容を伝達することだけではなく、一つの問題から、発展的に考え、自分で何かを見つけ出すこととか、また、数学を社会現象や自然現象など他の分野との関わりを考えるといったことも重要な要素になってくるだろう。であれば、なおさらパソコンの授業を考えていく必要がある。

教育界におけるインフラの整備が進む今日、また、パソコンが今や誰にでも身近になってきた今こそ、授業へのコンピュータの有用な取り組みを考えて行くことが必要になってくるのではないかと思う。

注1.3) 「シュタイナー学校の数学読本／ベンクト・グリーン」(三省堂)

注2) 「ガリレオガリレイ／青木靖三」(岩波新書)
(1999 高教研数学部会 研大会発表レポート (下町) より)

■ PCを使いながら良い学習ができるポイント

授業でPCを活用するには、どの場面で、どんな目的で利用するかを授業者が把握していなければ、むしろ逆効果になる場合もあります。

そこで、まず、PCの良さとともに、それと裏腹に、影の部分を理解しておく必要があります。

<良さ1> 処理が正確である

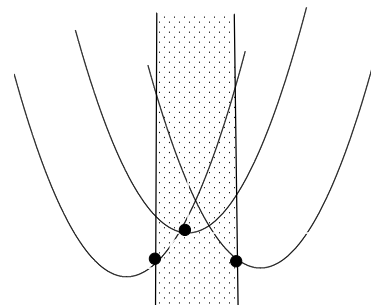
コンピュータの良さは、情報を正確にアウトプットするということです。しかし、逆にそのことによって、数学の概念や教えた内容が伝わらないこともあります。

我々は、一つ概念を説明する際、ある部分を敢えて捨象したり、デフォルメすることで、定着させたい部分を強調することがあります。もし、情報を平等に正確に示してしまうと、概念獲得の弊害になることもあります。

例えば次のような問題を考えてみましょう。

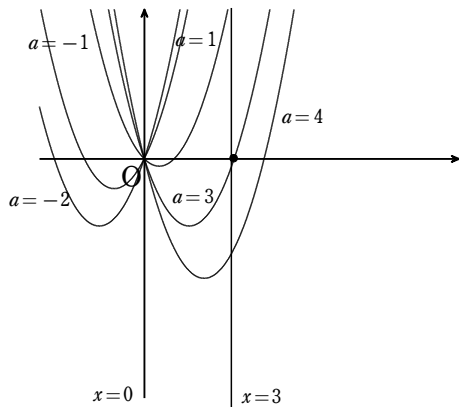
$$y = x^2 - ax \quad (0 \leq x \leq 3)$$

通常は、下図のように帯を描いて、軸が左外に外れる場合、帯の中にある場合、右外に外れる場合



と分類して考えます。ここで重要なことは、「軸と帯の位置関係」だけです。

ところが、これを PC で表示すると下図のようになります。



正確に表現したために、頂点の移動の方に目がいきまいます。頂点の軌跡を考える場面なら PC でグラフを動かすことは有効であるかもしれませんが、最小値の場合分けには、むしろ正確さが災いしていることがわかります。

<良さ2> 楽しい♪

PCを使うというと、「やったあ」と叫ぶ生徒がいます。感想を書かせると「今日はPCを使ったので楽しかった」などという者もできます。

しかし、実はそこには「楽しい」＝「遊べる」＝「数学から開放される」というメンタリティが潜んでいることが考えられます。特に、PC ルームでの授業は、よほどうまく計画しないと作業と遊びの時間になってしまうことも留意すべきです。

<良さ3> わかりやすい

PC によるグラフィクスは、特に3次元のものを自由に動かしたりできるので、黒板で表現するよりイメージしやすいという利便性があります。

しかし、そこにも落とし穴があります。それは、「わかりやすい」＝「わかったつもりにさせられているだけ」ということです。

3次元の物を、2次元に写し取る苦労や工夫から、発見があったり、見えないものがあるために、想像力を働かせることができるわけです。ですか

ら、グラフィクスを「どうだ凄いだろう」だけの使わせ方にならないような配慮が大切です。

<良さ4> 一人でも学べる

PC は生徒の進度に応じた利用ができます。一人でも、PC をうまく活用して発見的な学習を行うこともできるでしょう。しかし、影の部分として、「教師・生徒のコミュニケーションなし」と見ることもできるかと思えます。

特に、PC をティーチングマシン（かつてはチュートリアル方式とかオーサリング方式などと言っていました）として長時間にわたって使うには問題があります。PC は動く教具として、授業の中で、タイミングよくポイント利用していくことで効果が得られると思えます。

最後に、また古い話で恐縮ですが、1992年にカナダのラバル大学で、国際数学教育会議（ICME 7）が行われ、その中で各国のコンピュータ教育の状況についての報告がありました。その中で、PC 教育で先進であるのはイギリスの、J.Coupland 氏から話を聞く機会がありました。それをまとめておきたいと思えます。

○PC を使って良い学習ができるポイント

- ・ 抽象と具象の間にある、イメージしやすい教具として用いられていること。
- ・ 現実のデータを解析するための背景として使われていること。
- ・ 生徒が得られたデータを使って分析検査できること。
- ・ 生徒が、なぜPCを使うのかその理由がよくわかっていること。

● PC を使った授業の悪い例

- ・ 報酬や罰則としてPCを用いること。
- ・ 図形や表などを複製するために「タイピング」として授業に用いること。
- ・ 過度な時間をかけてPCに向かわせること。
- ・ PCに向かない活動に無理に用いること。

COFFEE BREAK 28



新カリ 整数 (不定方程式)

2元1次不定方程式

$$5x - 3y = 1 \text{ を}$$

ありったけの方法で解いてみよう。

(参考：東京書籍 NEW SUPPORT)

解1 (特殊解から一般解)

視察より $x=2, y=3$ が1つの解

$$5x - 3y = 1$$

$$5 \cdot 2 - 3 \cdot 3 = 1$$

$$\frac{5(x-2) - 3(y-3) = 0}{5(x-2) = 3(y-3)}$$

$$5(x-2) = 3(y-3)$$

5と3は互いに素なので

$$x-2 = 3k, y-3 = 5k \quad (k \text{ は整数})$$

$$x = 3k + 2, y = 5k + 3 \quad \text{答}$$

解2 (無理やり分数にして)

$$y = \frac{5x-1}{3} = \frac{6x-x-1}{3} = 2x - \frac{x+1}{3}$$

y は整数なので、 $x+1$ が3の倍数であることが必要

よって $x+1 = 3k \quad \therefore x = 3k - 1 \quad (k \text{ は整数})$

$$5(3k-1) - 3y = 1$$

$$3y = 15k - 6 \quad \therefore k = 5k - 2$$

$$x = 3k - 1, y = 5k - 2 \quad \text{答}$$

解3 (剰余の表)

$$5x = 3y + 1 \quad \text{※ より}$$

5の倍数を3で割った余りの表を作成する

x	1	2	3	4	5	6	7
$5x$	5	10	15	20	25	30	35
5xを3で割った余り	2	1	0	2	1	0	2

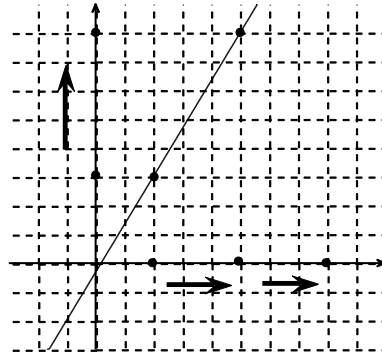
よって、 $x=2, 5, 8, \dots \quad \therefore x = 3k + 2$

※に代入して $y = 5k + 3$

(3で割った余りは3種類なので表は3列で十分)

解4 (直線と格子点)

$$5x - 3y = 1 \text{ より } y = \frac{5}{3}x + \frac{1}{3}$$



直線は格子点(2, 3)を通る。

傾きが $\frac{5}{3}$ であることに注意すれば x は2から

3つおきに、 y は3から5つおきに解が得られる

よって、 $x = 2 + 3k, y = 3 + 5k \quad (k \text{ は整数}) \quad \text{答}$

解5 (合同式)

$$5x - 3y = 1 \text{ より}$$

$$5x \equiv 1 \pmod{3}$$

また $6x \equiv 0 \pmod{3}$ より

$$x \equiv -1 \pmod{3} \quad \therefore x \equiv 2 \pmod{3}$$

すなわち $x = 3k + 2 \quad (k \text{ は整数}) \quad \text{答}$

$$3y \equiv -1 \pmod{5} \dots \textcircled{1}$$

また、 $5y \equiv 0 \pmod{5}$ より

$$2y \equiv 1 \pmod{5} \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \textcircled{2} \text{ より } y \equiv -2 \equiv 3 \pmod{5}$$

すなわち $y = 5k + 3 \quad (k \text{ は整数}) \quad \text{答}$

解6 (ユークリッドの互除法)

5と3の最大公約数をユークリッドの互除法で求める

$$5 = 3 \times 1 + 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$3 = 2 \times 1 + 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$2 = 1 \times 2 \quad \dots \textcircled{3} \quad (\text{最大公約数は2})$$

$\textcircled{1} \textcircled{2}$ より

$$5 = 3 \times 1 + 3 - 1$$

$$5 = 3 \times 2 - 1$$

$$5 \times (-1) - 3 \times 2 = 1$$

よって、 $x = -1, y = 2$ が特殊解

(以下解1と同じ)