50　数学用語にこだわりを持つことも大切

単元等　授業論・指導技術

◆Contents

・「連立」とは

・数学を通して何を教えるか

1　授業の内容

(1)不等式の表す領域の復習

(2)連立とはどういうことか

(3)連立不等式で表される領域

2　授業を見ての所感

先日は個別訪問で，授業を見せていただきありがとうございます.

また，忙しい中，丁寧な指導案の作成までしていただきご苦労をおかけしました.

先生の授業を参観しての感想を少し述べさせていただきたいと思います.

生徒に教えるべきことは何か

先生の授業の冒頭で，本時のキーワードとして「連立」とは何かという，連立の概念を生徒に伝えるということを強調されました.

連立という言葉は，中学校で「連立方程式」を習う際に登場します．しかし，この時，「連立」の言葉の意味は殆ど説明されず，加減法で「１文字を消去する」などといった，答えを求めるための手段が指導の中心になります.

そこで，先生が，今回の授業の中で連立について，語源を含めて言葉の意味をきちんと指導されたことにとても感心いたしました.

「数学を通して生徒に何を教えるか」ということを考えたとき，私たちはどのように考えるか.

多くは，間近のテストでよい点を取るための解法技術を教えることが多いのではないかと思います．しかし，その結果，テストが終わればその解法技術や公式は雲散霧消してしまっていることも現実問題としてみられます.

数学的概念は，生徒の今後の人生の中で一つの哲学になり得るし，数学の問題を解く場面だけではなく，様々な実生活の中でも力となりうるものだと思います.

そういう意味で先生の志の高さを感じた授業でした.

キーワードは「連立」

先生は，「連立」について次のように定義されました.

> 「連」とは，ある関係でともに連なること.「立」は成立すること．つまり，２つ以上のものを対象として，ある関係がともに成立する，ということが「連立」の意味するところである.
>
> また，それを更に集合で考えると，「共通部分（重なる部分）」となるところである.

これを踏まえて，集合と論理の問題（身長 170cm 以上かつ 60kg 以上をベン図で表示）と，連立一次方程式の解の図形的意味（平行でない直線はただ１つの共有点を決定する）についてふれてから，連立不等式の解法に入ったところは，とても面白いと感じました.

$\begin{cases} y > -x-1 \\ y < x+2 \end{cases}$ という連立不等式が

$$A=\{(x,y)|y=-x-1\}，B=\{(x,y)|y>x+2\}$$

という集合において $A \cap B$ を考えることだということ，または論理で考えれば，不等式を x, y の値が決まるたびにその真偽が決定する「命題関数」とみるとき，連立不等式の解とは，それぞれの命題関数の，真理集合の共通部分と考えるということをきちんと示された授業で，とても新鮮に感じました．ありがとうございました.

COFFEE　BREAK 26

あなたも GRAPES の世界へ

GRAPES は大阪教育大学附属高校池田校舎の友田勝久先生の開発されたフリーのグラフ描画ソフトで，全国的に広く利用されています．

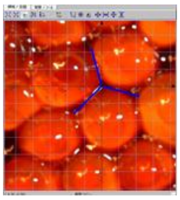
この GRAPES の背景機能を使った実践を紹介しましょう．

自然現象などに潜む数学

GRAPES の背景機能を使えば，身近なところにある「数学」を見つけることができます．

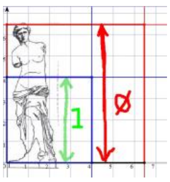
ガリレイの「数学は自然現象を語る言語である」の言葉がまさに実感できるのではないでしょうか．

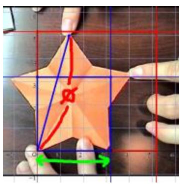
①　ハニカム構造・フェルマー点



互いに 120° の角度で繋がっている 3 本の線分が平行移動や回転移動したりするだけのファイルです．イクラの醤油漬けやバナナの画像に重ねてみると，ピッタリ！自然現象には最大や最小になろうとする原理（変分原理）が働いていることが推察できます．

②　黄金比

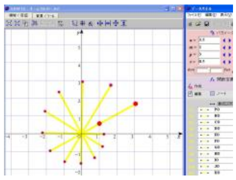


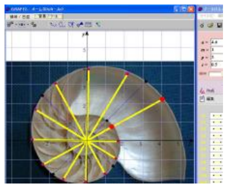


黄金長方形の背景に画像を貼り付けます．授業ではリアルタイムに生徒の顔写真を撮り，背景画像にして顔の中にある黄金比を見つけます．これは大うけ間違いなしの授業になります．

③　オウム貝と指数法則

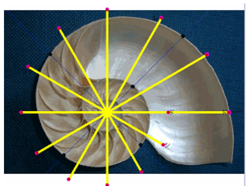
図左のように，時計回りに 30° 回転するごとに $3^{\frac{1}{12}}$ 倍になるような 12 本の動径を作ります．つまり 1 回転すると 3 倍になるように動径が変化しています．また，初期値の動径は自由に長さを変えたり，好きなだけ回転できるようにします．



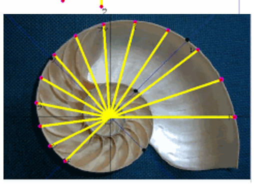


これにオウム貝の断面の写真を貼り付けます．何と！驚くことに，12 本の動径がぴったりと重なります（図右）．つまりオウム貝の中心からの半径は指数関数に従って変化していることがわかります．オウム貝の成長曲線が指数関数的であることは，偶然や神秘という言葉で片付けられるものではなく，「瞬間の成長率はそれまでの蓄積量に比例する」という原理を，$y'=ky$ という微分方程式にすることで導かれると考えられます．

今度は，12 本の動径を 1 回転して 2 倍になるようにしてみました．



もちろんオウム貝とは重なりません．ところが，動径の間隔の角度を 30° から 19° に変えてみると，12 個の動径はオウム貝にぴったりと重なりました．



これは底の変換です．　$2=3^{\log_3 2}$ で，$\log_3 2$ は約 0.63 なので，30° ×0.63=18.9 から約 19° 間隔にすればよいのです．

（$2^x=(3^{\log_3 2})^x=3^{0.63x}$）このように，間隔を変えれば，どんな底の指数関数もオウム貝の中に実現できることがわかります．