

## 26 弧度法をスムーズに理解させるには

単元等 数学Ⅱ 三角関数 (弧度法)

### ◆Contents

- ・ 弧度法の導入と指導法

## 1 授業の内容

- (1) 単位円上に動径を図示する活動
- (2) 弧度法の定義

## 2 授業を見ての所感

先日は個別訪問で、授業を見せていただきありがとうございます。

数学を苦手とする生徒集団の指導について様々な工夫や、ベテランの味が見られた授業でした。

特に感心した点として

- ① 冒頭での動径を描く確認プリントを実施し、本時の展開へ渡る助走としていたこと。
- ② 発問に対して、答えを急ぐことなく、じっくりと待っていたこと。
- ③ 生徒に「聞く」「書く」をしっかりと指示していたこと。
- ④ 単位の変換(比例の関係)で一升瓶(升 $\leftrightarrow$ ℓ)、球速(km/h $\leftrightarrow$ マイル/h)など、日常生活での関わりを取り上げて説明していたこと。
- ⑤ 演習の時間を使い前時に公欠だった生徒を集めて指導していたこと。

などです。校長先生がいわれていたように、学校行事や地域の行事等に丸となって取り組む中で先生・生徒・地域の三者が良い関係を形成しているのではないかと思います。

確認テストの自己採点を行うため、教室の後ろに掲示されている正解を見に来る生徒が、参観者の我々に「立ち止まって」挨拶するなど基礎学力に不安を抱えているとはいえ、マナーがしっかりしている生徒を育成していることもわかりました。

先生が、かつて鹿児島島の鶴丸高校を視察した際「鶴丸の生徒は、来客に『挨拶する』のではなく『止まって挨拶をする』」という話をされたことがありましたが、それを思い出しました。

## 3 補足すること

私は、個別訪問を行った先生方に対し、「所感」として主に教材研究の材料について送付させていただきました。特に、先生にということだけではなく、最終的に県内の数学科の先生方に教材集を配布することを意図して作成しています。

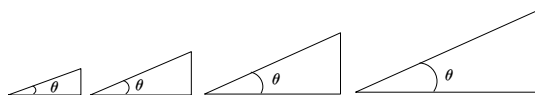
そういうわけで、今回は弧度法についてまとめてみたいと思います。

### ■ 弧度法の導入

弧度法とは、**弧**の長さを**角**にする**法**という

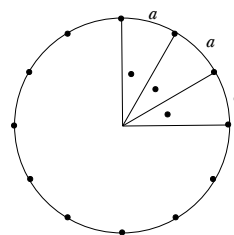
わけですが、ポイントは、先生も授業で力説していたとおり「比例」の考え方になります。角の大きさと、対応する円弧の長さが比例することから、じゃあ半径1の円を基準にして円弧の長さを角度にしようというわけです。

考えてみれば、小学校の頃から角度の表示は下図のように、円弧を用いていました。



もし、角度を三角形の対辺の長さによれば、左図のように角度が2倍、3倍になったとき辺の長さは2倍、3倍になりません。

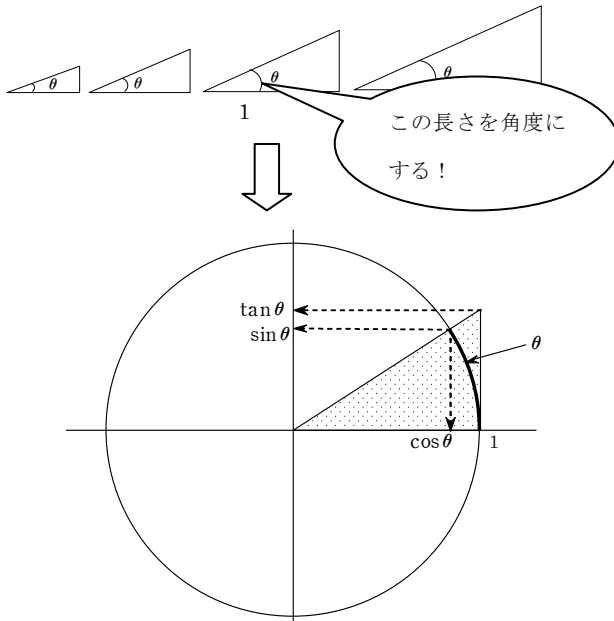
ところが円弧の場合は、下図のように角度と長さが比例していることがわかります。



図形を相似変換しても、角度は保存されますが、  
 周の長さは相似比に比例して拡大縮小されます。

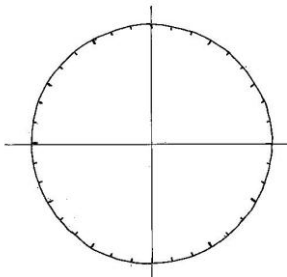
(ちなみに面積は相似比の2乗に比例)

これでは困るので、どこか基準を決める必要が  
 あります。そこで、半径が1の場合の円弧の長さ  
 を角度と定義しようということになるわけです。

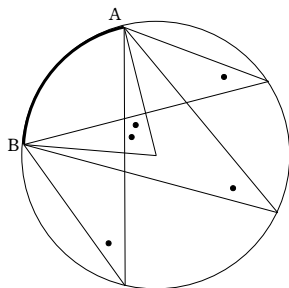


では、生徒にはどのような流れで指導していけ  
 ばいいのか考えてみたいと思います。

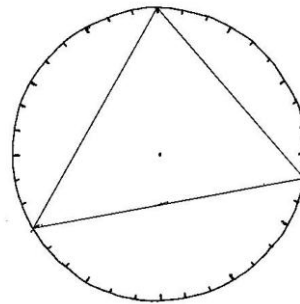
- (1) 36分割の円を準備する



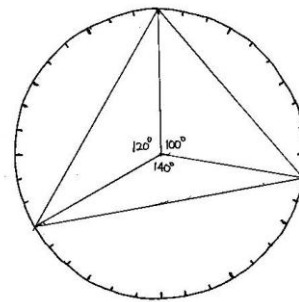
- (2) 中心角と円周角の関係を思い出す



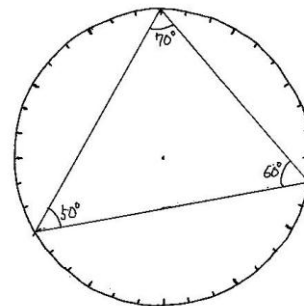
- (3) 任意の三角形を作らせる



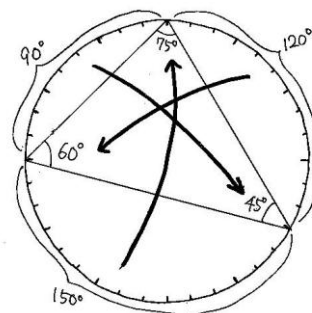
- (4) 弧の目盛りを読んで、中心角がわかる



- (5) 円周角の考えから、3つの角が決定する



- (6) 弧の長さと角度の関係を理解する



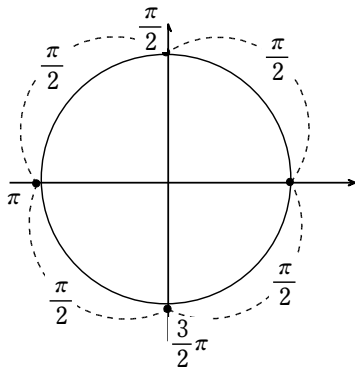
これで、弧の長さと角度が、親密な関係にある  
 (比例関係) ことをつかませる。

(7) 単位円登場

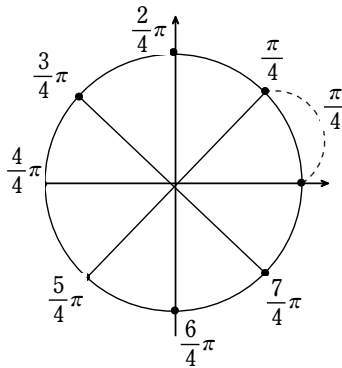
半径1の円の弧の長さを角度にするという、角の新しい定義を行う。ちなみに、半円の長さが $\pi$ なので、 $180^\circ$ が $\pi$ となるのがポイント。

いちいち度数法に戻すのではなく、弧度法のまま考えることが大切。

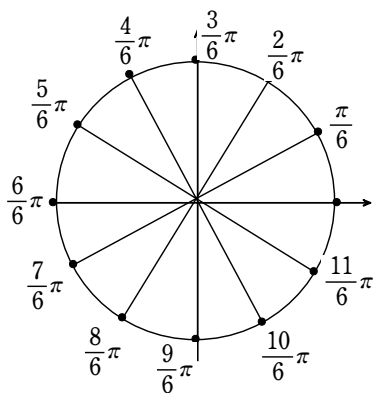
◆4分割バージョン



◆8分割バージョン

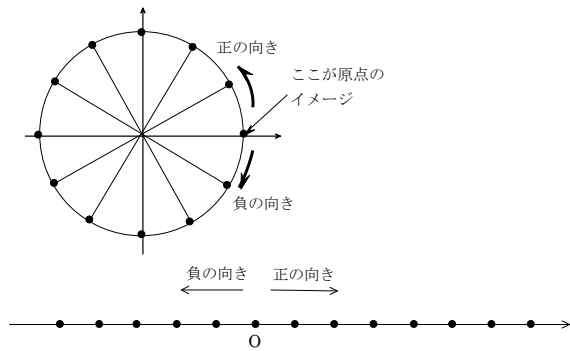


◆12分割バージョン

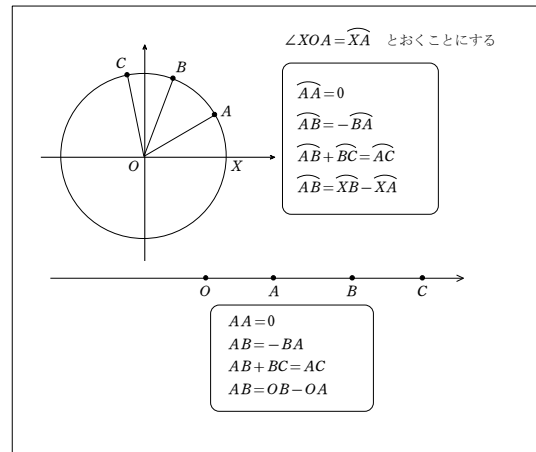


時計の針5分が $\frac{\pi}{6}$  ( $30^\circ$ ) のイメージが大切

(8) 加法性を入れて数直線と同一視



有向角と有向線分の加法性



これで、三角関数を考える土台ができた。

---

## COFFEE BREAK 12



### PISA 調査について すうがく通信 13号より

---

PISA とは、Programme for International Student Assessment の頭文字をとったもので生徒の学習到達度調査と呼ばれています。

この調査の実施主体は、OECD です。OECD は 1960 年に発足し、現在 34 カ国が加盟しています(日本は 1964 年に参加)。OECD では、加盟国どうしの意見交換や情報交換を通じて、①経済成長②貿易自由化③途上国支援という 3 つの分野へ貢献することを目的としています(OECD の三大目的という)。その目的達成のためには、教育の向上が不可欠であるとして、各国の教育政策に役に立つ教育指標づくりの一つとして、2000 年より PISA 調査が始まりました。

調査は、義務教育修了段階の 15 歳児が、知識や技能を実生活の場面でどう活用できるかを見るもので、特定の学校カリキュラムの習得を見るものではない、つまり、「PISA は国際リテラシー調査であるが、国際学力調査ではない」ということがよく言われています。

対象となるリテラシーは、読解力、数学的リテラシー、科学的リテラシーで、3 年ごとにメインテーマが移っていく形になっています。過去 4 回の流れを以下に記しておきましょう。

- 2000 年：32 カ国 読解力がメイン
- 2003 年：41 カ国 数学的リテラシーがメイン
- 2006 年：56 カ国 科学的リテラシーがメイン

- 2009 年：65 カ国 読解力がメイン

2012 年は数学的リテラシーがメインで扱われることになっています。尚、テストの結果は、平均点が 500 点、標準偏差が 100 点になるように標準化されていて、世界に公開されています。

ここで、リテラシー、特に「数学的リテラシー」とはどのようなものなのか、おさらいしておきましょう。

Literacy とは、Literature (文学) と語源が同じで、辞書には「読み書きの能力、教養があること」とあります。PISA の説明では「知識だけでなく、熟考する能力や知識や経験を現実世界の課題に応用する能力も含む幅広い概念」のことをリテラシーと呼んでいるようです。

数学的リテラシーの原語による定義は次のようになっています。

Mathematical literacy is an individual's capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world, to make well-founded judgments and to use engage with mathematics in ways that meet the needs of the individual's life as a constructive, concerned and reflective citizen.

【日本語訳】(PISA 調査の枠組み(ぎょうせい))

数学が世界で果たす役割を見つけ、理解し、現在及び将来の個人の生活、職業生活、友人や家族や親族との社会生活、建設的で関心を持った思慮深い市民としての生活において確実な数学的根拠に基づき判断を行い、数学に携わる能力。

英語の定義の方を基にしながらもう少しシンプルにまとめてみると、リテラシーとは、次の 3 つの能力と考えることができるのではないかと思います。

- ①数学が世界で果たす役割を理解する能力
- ②根拠の確かな判断を行う能力
- ③思慮深い市民として、生活の中で数学を活用する能力