４　関数を指導するにあたって

単元等　数学Ⅰ　関数（関数の導入）／数学史

◆Contents

・数学「教師」と「数学」教師

・関数を学ぶ意義

・関数とは

・公式を帰納的に導くこととの違い

１　授業の内容

(1)　関数の導入

・関数の定義域とは何かを知る

・ y が x 関数であるとき， x の値に対する y の値を求める.

２　授業を見ての所感

先日は，個別訪問での授業ありがとうございました．習熟度の応用クラスとはいえ，50 人近い編成なので，さぞや日々ご苦労されているのではないかと思います.

そのような中で，先生の授業は非常にしっかりとした授業規律が構築されていることに驚きました．**授業の前に生徒指導あり**とはよくいいますが，どんな立派な授業でも，生徒に聞く姿勢ができていなければ何もなりません．先生はそのようなことを理解されていて，生徒に迎合せず，毅然とした姿勢で接しながらも，一人一人の生徒への気配りや，心遣いを持って授業を行っていました．若い先生でこれだけしっかりできる先生は少ないと思います.

さて，私は個別訪問で授業をされた先生方に対し，所感として，特に教材研究ネタや，教材の背景などを中心に意見を述べさせていただいておりました．少しでも参考になれば幸いです.

数学「教師」と「数学」教師

私は，若い先生方に必ず話していることが二つあります．一つは「数学」の教材研究をしっかり行い，指導する内容の教材観を身につけること，もう一つは，先生自身が数学を楽しむ気持ちを持つということです.

我々数学教師の使命は，教科書の内容を上手に生徒に説明し理解させることだけではありません．教科書の後ろにある大きな文化としての数学の面白さ，楽しさ，美しさなどを生徒達に示していくことを忘れてはいけないと思います.

そのためには，伝える教師の教材観や研究者としての知識，そして生徒の興味を喚起しやる気を起こさせる指導の工夫が必要であると思います.

私は，構造的な板書，学習課題の提示，発問の仕方，ノートの使い方，課題の提示などといった，指導技術を背景とした授業の巧拙についてとやかく言及しようとは思いません．それより，生徒へ伝えたい先生の思いや，情熱をぶつけるため，先生自身が知的好奇心に燃え，絶えず数学に関わっていって欲しいということを述べたいと思います.

私たちは，数学「教師」であるとともに，「数学」教師でもあります．生徒が数学を好きになり，自ら学ぼうという姿勢を育てるためには，<u>教師の数学に対する意欲・関心・態度</u>を抜きに議論はできないのではないかと私は感じています.

今回の授業とその後の研究会での様子を拝見して，先生が，更に深い数学への学識と，数学を楽しみそれを伝える力を備えていけば，今後きっと岩手の数学教育を引っ張っていく力を持つ先生になっていくことと確信しております.

関数を学ぶ意義

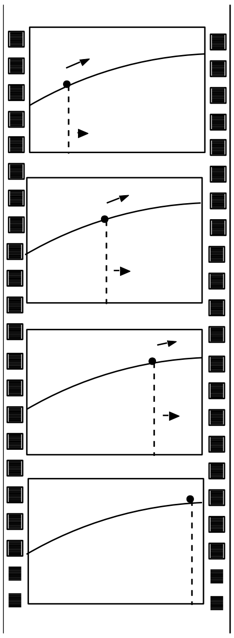
「自然は数学の言葉を使って書かれている」というガリレオの有名な言葉がありますが，数学とは自然現象や社会現象を分析するための言語として大きな意味を持ちます．これまで，数や式，つまり数学の構造そのものを勉強してきたわけですが，関数の章からは，数学を使って法則を理解したり，現象を解明するための基礎を学ぶ非常に画期的な場面を迎えるわけです.

「関数」を一言でいうと「変化を記述する言語」ではないかと思います.

例えば，イチローが今 3000 本ヒットを打っていて，今後1年間に 200 本を打ち続けると仮定します. もしその仮定がずうっと成り立てば，5 年後に彼は 4000 本打つだろうと予測できます.

私たちが，将来を予測するためには，「現在の状態」と「変化の規則」（関数・微分方程式）という数学の考え方を使っていることを銘記しておきたいと思います.

関数とは



関数という言葉は 17 世紀中盤, ライプニッツによって使われました.

彼の手記によると, 曲線のグラフがあったとき,「曲線に従属して大きさの変わる線分」を「曲線において作用する」という意味で，functio と名付けたそうです.

（「数学用語と記号物語」／片野善一郎）

左図にイメージを描いてみました. 曲線上を点が移動したとき, それにともなって線分（破線）の長さが変化します. ポイントは「変数の変化にともなって，変動する関係」が関数であるということです.

まとめると，関数とは,「ともなって変わる２つの変量 x, y があったとき，x から y をただ一つ対応させる働き」ということになると思います.

例えば，$y = x^2$ といった式は，関数そのものではなく，関数の表現の一つであるということになります.

公式を帰納的に導くこととの違い

教科書の最初に登場するのが 2 次関数で，導入として正方形の１辺の長さと面積の関係に注目しています.

ここで，教科書どおりに進めようとして次のような授業をしてしまう傾向がよく見られます.

> 正方形の面積は１辺が２だったら面積は４, １辺が５だったら面積は 25，１辺が 100 だったら面積は 10000，などという具体例を示し，それらをまとめて，1 辺が x のときの面積 y には $y = x^2$ という関係式ができる，とまとめる.

これは帰納的な推論から正方形の面積の公式を立式したにすぎなくて，関数を論じていることになりません.

「三角形の面積＝底辺×高さ÷２」「円の面積＝π×(半径)^2」「応力＝加重÷断面積」などは，関数ではなく単なる公式です.

これが，例えば**「底辺が一定の下で高さが変化していく三角形を考えたときの面積の変化」**を考えたとき，初めて「三角形の面積を高さの関数」と捉えたことになるわけです.

求めるべきは公式（関係式）ではなく，そこに変化の概念を見出すことです.

いきなり正方形の面積を関数と見るのは，自然現象との関わりがなく不自然なイメージを持つかもしれません（だんだん膨張する正方形なんて現実に無い！）.

しかし，このような，変数の 2 乗に比例する自然現象はガリレオの実験で示された落体の運動や, 電流の強さと発熱量の関係，速度とエネルギーの関係など，自然現象の多くに見ることができます.

ですから，高校の関数ではまず，2 次関数の性質を調べるということになるのでしょう.